**Megoldás.** Az $y$ szerinti teljes indukcióval igazoljuk, hogy ha $y \geq 0$, akkor

$$x * y = x(y+1) - y. \tag{1}$$

Az 1. feltétel szerint (1) tetszőleges $x$ mellett teljesül, ha $y = 0$. Legyen most $y \geq 0$, és tegyük fel, hogy (1) minden $x$-re teljesül. A 3. feltételből

$$x*(y+1) = 3(x*y) - xy + 2y - [(x+1)*y].$$

A jobb oldal értéke az indukciós feltevés szerint

$$3[x(y+1) - y] - xy + 2y - [(x+1)(y+1) - y],$$

ahonnan rendezés után

$$xy + 2x - (y+1) = x(y+2) - (y+1)$$

adódik, ami éppen $x*(y+1)$-nek az (1) állítás szerinti alakja. Ezzel az indukciós bizonyítást befejeztük.

A feladat kérdésére ezek után már könnyen választ adhatunk:

$$19 * 90 = 19 \cdot 91 - 90 = 1639.$$

*Megjegyzések.* **1.** A megoldás során nem használtuk fel a 2. feltételt, a keresett értéket az 1. és a 3. feltételek már meghatározzák. A talált alakra teljesül a 2. feltétel is, a szóban forgó művelet tehát valóban létezik.

**2.** Bár a feladat kérdésének megválaszolásához erre nincsen szükség, újabb indukciós gondolatmenetekkel igazolható, hogy az 1. és 3. feltételekből minden egész $x, y$ számpárra következik, hogy

$$x * y = x(y+1) - y.$$

*Csekő Zoltán* (Szolnok, Verseghy F. Gimn., II. o. t.)dolgozata alapján