

Ha a p és q prímek összege is prím, akkor egyikük 2, másként az összeg 2-nél nagyobb páros szám, és így nem lehetne prímszám. Mivel a feltétel szerinti másik prím $p^2 + q^2 - q$, és itt $(q^2 - q) = q(q - 1)$ páros pozitív szám, ezért p^2 nem lehet páros; így csak $q = 2$ lehetséges. Ebben az esetben $p + q = p + 2$, $p^2 + q^2 - q = p^2 + 2$, így olyan p prímet keresünk, melyre $p + 2$ és $p^2 + 2$ is prímszámok.

$$(1) \quad p^2 + 2 = (p^2 - 1) + 3 = (p - 1)(p + 1) + 3,$$

így ha p nem osztható 3-mal, akkor a $(p - 1)$, $(p + 1)$ számok egyike 3-mal osztható, és így (1) jobb oldalán a 3-nak egy 3-nál nagyobb többszöröse áll, ami nem lehet prímszám.

Az egyetlen megmaradt lehetőség a $p = 3$. Ebben az esetben $p + 2 = 5$; $p^2 + 2 = 11$, így egy megoldását kaptuk a feladatnak, más megoldás pedig, mint láttuk, nincsen.

A feladatban szereplő p és q prímek tehát a 3 és a 2.

Kovács Zoltán (Szeged , Radnóti M. Kísérleti Gimn., 8. o. t.)