

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk arról, hogy a 2001 megoldása az egyenletnek, ugyanis ekkor a gyökjelek alatt minden esetben 1 van, és így az egyenlet mindkét oldalán  $1 + 1 = 2$  áll. Megmutatjuk, hogy egyenletünknek nincsen más megoldása.

Az egyenlet értelmezési tartománya az 1991-nél nagyobb, vagy egyenlő valós számokból áll. Bevezetve az  $y = x - 2001$  változót, a valamivel egyszerűbb

$$\sqrt{\frac{y}{10} + 1} + \sqrt{\frac{y}{11} + 1} = \sqrt{\frac{y}{1991} + 1} + \sqrt{\frac{y}{1990} + 1}, \quad y \geq -10$$

egyenletet kapjuk.

Ha  $y > 0$ , akkor nyilván

$$\frac{y}{10} > \frac{y}{1991} \quad \text{és} \quad \frac{y}{11} > \frac{y}{1990},$$

így a bal oldalon nagyobb pozitív számok négyzetgyökének összege áll, mint a jobb oldalon, ekkor tehát a bal oldal értéke nagyobb.

Ha  $-10 \leq y < 0$ , akkor a fenti egyenlőtlenségek megfordulnak, a négyzetgyökök alatt pedig az e számoknál rendre 1-gyel nagyobb, immár nem negatív számok állnak. Ebben az esetben tehát az egyenlet jobb oldalának értéke lesz nagyobb, mint a bal oldalé. Valóban nincsen tehát az egyenletnek a már megtalált  $y = 0$  azaz  $x = 2001$  - értéktől különböző megoldása.

*Matolcsi Máté* (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)