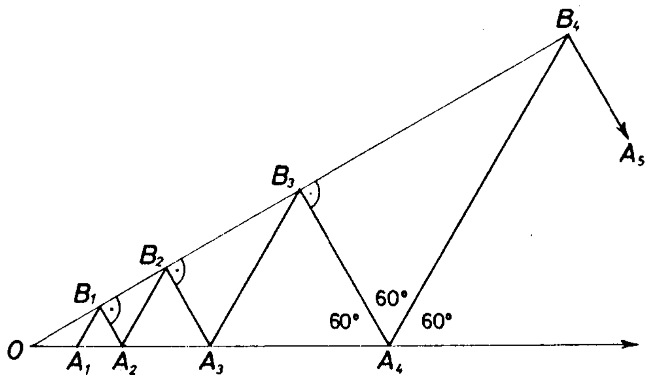
Megoldás. Az OA_iB_i háromszögben $B_iOA_i\sphericalangle = 30°$, $OA_iB_i\sphericalangle = 120°$, ezért $OB_iA_i\sphericalangle = 180° - (B_iOA_i\sphericalangle + OA_iB_i\sphericalangle) = 30°$.



Az OB_iA_{i+1} szögek derékszögek, ezért $B_{i+1}B_iA_{i+1}\sphericalangle = 180° - 90° = 90°$. Tehát a $B_{i+1}B_iA_{i+1}$ háromszögben van egy derékszög és egy 30 fokos szög. Ezért $B_iA_{i+1}B_{i+1}\sphericalangle = 60°$ és

(1)
$$2B_iA_{i+1} = A_{i+1}B_{i+1}.$$

Mivel $OA_iB_i\sphericalangle = 120°$, ezért $OA_{i+1}B_i\sphericalangle = OA_{i+1}B_{i+1}\sphericalangle - B_iA_{i+1}B_{i+1}\sphericalangle = 120° - 60° = 60°$, és $B_iA_iA_{i+1}\sphericalangle = 180° - OA_iB_i\sphericalangle = 180° - 120° = 60°$, tehát a $B_iA_iA_{i+1}$ háromszögben két 60 fokos szög van, vagyis ezek a háromszögek szabályosak. Ezért $A_iA_{i+1} = B_iA_{i+1}$, és $A_{i+1}B_{i+1} = A_{i+1}A_{i+2}$, tehát (1)-ből kapjuk, hogy

$$\frac{A_{i+1}A_{i+2}}{A_iA_{i+1}} = 2.$$

Ezért:

$$\frac{A_{48}A_{49}}{A_1A_2} = \frac{A_{48}A_{49}}{A_{47}A_{48}} \cdot \frac{A_{47}A_{48}}{A_{46}A_{47}} \cdot \ldots \cdot \frac{A_2A_3}{A_1A_2} = 2^{47}.$$

Mivel $A_1B_1A_2$ és $A_{48}B_{48}A_{49}$ szabályos háromszögek lévén hasonlóak, ezért területük aránya megegyezik megfelelő oldalaik arányának négyzetével. Tehát a keresett arány:

$$1 : \left(2^{47}\right)^2 = 1 : 2^{94}.$$

Nagy Judit (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján