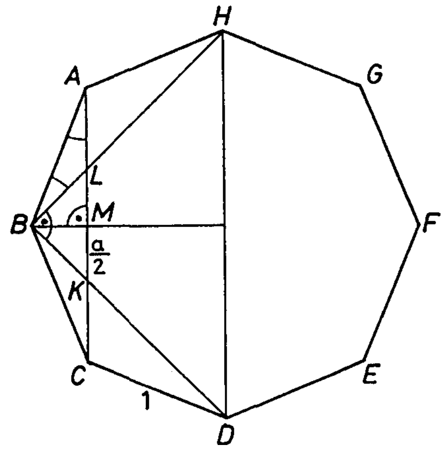
Megoldás. Az átlók által meghatározott két kis nyolcszög is szabályos, mert az eredeti nyolcszög középpontja körüli 45°-os, 90°-os, ..., 315°-os elforgatások a kis nyolcszögeket is önmagukba viszik át. Ezért a két kis nyolcszög területének aránya megegyezik egy-egy oldaluk négyzetének arányával. Elegendő tehát a kis nyolcszögek oldalainak hosszát meghatároznunk.



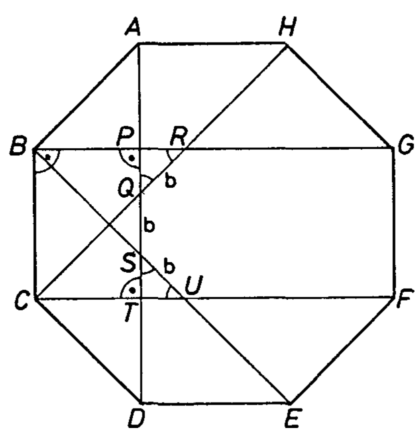
2. ábra

Válasszuk az eredeti nyolcszög oldalát egységnek. A szabályos nyolcszög tulajdonságaiból következik, hogy – (*2. ábra*) – $HBD\sphericalangle = 90°$ és $HD \parallel AC$, tehát az LBK háromszög derékszögű és egyenlő szárú. Ezért, ha $LK = a$, akkor $BL = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Továbbá $BAC\sphericalangle = ABH\sphericalangle$, hiszen a szabályos nyolcszög köré írt körben ugyanolyan hosszú húrokhoz tartozó kerületi szögek; így a BAL háromszög egyenlő szárú: $AL = BL = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Ha M a KL szakasz felezőpontja, akkor $BM = ML = \frac{a}{2}$. A BMA háromszög derékszögű, ezért Pitagorasz tétele szerint:

$$BM^2 + MA^2 = AB^2, \text{ vagyis } (\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2})^2 = 1.$$

Ebből kifejezhetjük a másodszomszédos csúcsokat összekötő átlók által meghatározott nyolcszög oldalát:

$$a = \sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$



3. ábra

Jelöljük a harmadszomszédos csúcsokat összekötő átlók által meghatározott nyolcszög oldalát b-vel (*3. ábra*). A szabályos nyolcszög tulajdonságaiból következik, hogy az egybevágó PQR és STU háromszögek egyenlő szárúak és derékszögűek, ezért $PQ = ST = \frac{b\sqrt{2}}{2}$. A $BCTP$ négyszög pedig téglalap, amiért $PT = BC = 1$. Így

$$1 = PT = PQ + QS + ST = \frac{b\sqrt{2}}{2} + b + \frac{b\sqrt{2}}{2},$$

ebből pedig

$$b = \sqrt{2} - 1.$$

Tehát a nyolcszögek területének aránya:

$$a^2 : b^2 = (2 - \sqrt{2}) : (\sqrt{2 - 1})^2 = (2 + \sqrt{2}) : 1 \quad (\approx 3,41 : 1 \approx 1 : 0{,}293).$$