

A Gy. 2585. megoldásában felhasznált

$$(1) \quad x^2 + (x+3)^2 + (x+5)^2 + (x+6)^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 + (x+7)^2$$

azonosság következménye, hogy bármely 8 – és így bármely 16 – szomszédos egész szám négyzete beosztható két egyenlő összegű csoportba. Elegendő tehát az első 11 négyzetszámot beosztanunk. Tekintsük ehhez az alábbi, az (1)-hez hasonló azonosságot:

$$(2) \quad \begin{aligned} x^2 + (x+2)^2 + (x+6)^2 + (x+7)^2 + (x+8)^2 + (x+10)^2 = \\ = (x+1)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 + (x+5)^2 + (x+9)^2 + (x+11)^2. \end{aligned}$$

A fenti (2) azonosságban  $x = 0$ -t helyettesítve éppen az első 11 négyzetszám egy megfelelő felosztását kapjuk.

A feladat egy lehetséges megoldása ezek után:

$$\begin{aligned} \{1^2, 3^2, 4^2, 5^2, 9^2, 11^2 | 13^2, 14^2, 16^2, 19^2 | 21^2, 22^2, 24^2, 27^2\} \\ \{2^2, 6^2, 7^2, 8^2, 10^2 | 12^2, 15^2, 17^2, 18^2 | 20^2, 23^2, 25^2, 26^2\}. \end{aligned}$$

*Megjegyzés.* Az (1), illetve a (2) azonosságok következménye, hogy bármely 7, 8, 11 és 12 szomszédos egész szám négyzete beosztható két egyenlő összegű csoportba.