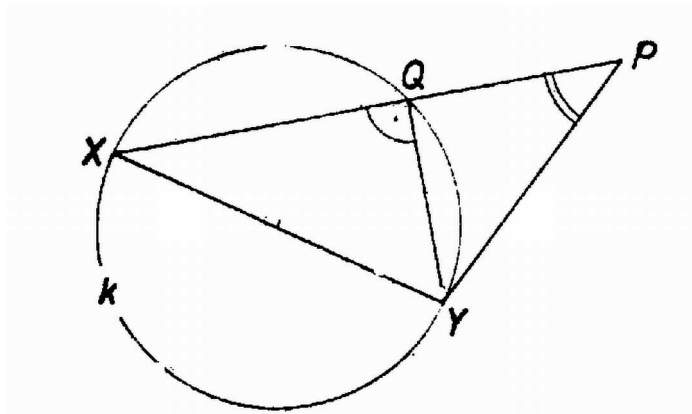


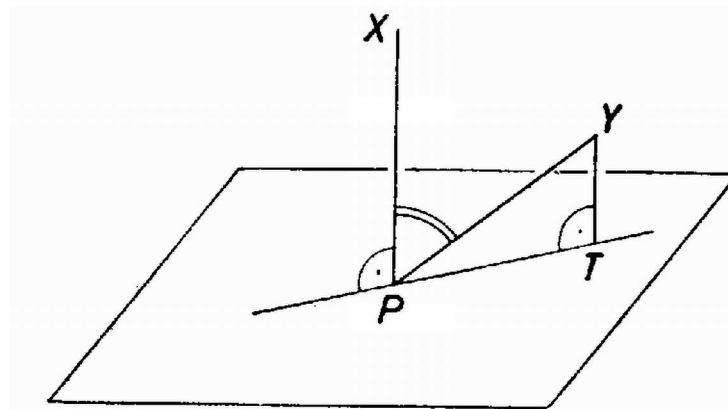
A bizonyításhoz két, igen könnyen belátható észrevételt bocsátunk előre:

(i) Ha a  $P$  pont az  $XY$  átmérőjű gömbön kívül helyezkedik el, akkor  $\sphericalangle XPY < 90^\circ$  (1. ábra).



1. ábra

(ii) Ha  $\sphericalangle XPY < 90^\circ$ , akkor az  $X$  és  $Y$  pontok az  $XP$  szakaszra merőleges,  $P$ -n átmenő síknak ugyanazon az oldalán helyezkednek el (2. ábra).



2. ábra

A fentiek birtokában az állítást a következőképpen igazolhatjuk: Tegyük fel, hogy az  $ABCD$  tetraédernek van egy olyan  $P$  pontja, amely a három gömb mindegyikén kívül helyezkedik el. Ekkor (i) miatt az  $\sphericalangle APB$ ,  $\sphericalangle APC$ ,  $\sphericalangle APD$  szögek mindegyike kisebb, mint  $90^\circ$ . Állítsunk  $AP$ -re  $P$ -ben merőleges síkot, (ii) miatt az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  pontok mindegyike ennek a ( $P$ -n átmenő) síknak ugyanazon az oldalán helyezkedik el. Így azonban  $P$  nem lehet az  $ABCD$  tetraéder pontja. Tehát a három gömb egyesítése tartalmazza a tetraédert.

Risbjerg Anna (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)  
dolgozata alapján