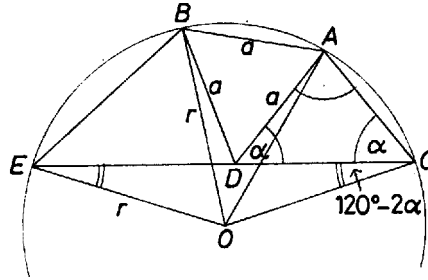


Jelöljük a k kör középpontját O -val. Ha $AB = r$, akkor az ABO háromszög szabályos, tehát D egybeesik O -val, ezért az állítás ebben az esetben triviális.



Ha $AB < r$, akkor legyen $\angle ACD = \alpha$; feltételünkből következik, hogy $\alpha < 60^\circ$. A DAC háromszög egyenlő szárú, ezért $\angle CDA = \alpha$ és $\angle DAC < 180^\circ - 2\alpha$, így $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 60^\circ + (180^\circ - 2\alpha) = 240^\circ - 2\alpha$. Az $OBAC$ négyszög deltoid, ezért az OA egyenes felezi a BAC szöveget, vagyis $\angle OAC = 120^\circ - \alpha$. Az OAC és az OEC háromszögek egyenlő szárúak, ezért $\angle OCA = \angle OAC = 120^\circ - \alpha$, $\angle OEC = \angle ECO = \angle OCA - \angle ECA = 120^\circ - 2\alpha$. Ezen háromszögek harmadik szögét is kifejezhetjük α segítségével: $\angle AOC = 180^\circ - 2(120^\circ - \alpha) = 2\alpha - 60^\circ$, $\angle EOC = 180^\circ - 2(120^\circ - 2\alpha) = 4\alpha - 60^\circ$. Az OA egyenes a BOC szöveget is felezi, ezért $\angle BOC = 2 \cdot \angle AOC = 2(2\alpha - 60^\circ) = 4\alpha - 120^\circ$; vagyis $\angle EOB = \angle EOC - \angle BOC = 4\alpha - 60^\circ - (4\alpha - 120^\circ) = 60^\circ$, tehát az EOB háromszög is szabályos.

Tekintsük a B pont körüli $+60^\circ$ -os elforgatást. A BDA háromszög szabályos; ezért az elforgatásnál D képe A . A BEO háromszög is szabályos, ezért E képe O . Tehát az ED szakasz képe az OA szakasz. De $AO = r$, az elforgatás pedig távolságtartó, így $ED = r$.

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.