

Jelölje a tízes számrendszerben fölírt A szám számjegyeinek a szorzatát $P(A)$. Ha az n -jegyű A szám első jegye a ($n \geq 2$), akkor

$$(1) \quad A \geq a \cdot 10^{n-1}.$$

Ha az A további jegyei 9-esek, akkor $9|P(A)$ és így ha

$$(2) \quad A = 1,5 \cdot P(A),$$

akkor $9|A$, amiből $9|a$, azaz $a = 9$ és $A = 10^n - 1$, de ekkor $1,5P(A)$ nem egész szám. Így A további jegyei között van 9-nél kisebb is, tehát $P(A) \leq 8 \cdot 9^{n-2} \cdot a$. Ezt (1)-gyel és (2)-vel összevetve

$$(3) \quad \begin{aligned} 1,5 \cdot 8 \cdot 9^{n-2} &\geq 10^{n-1}, \\ \frac{6}{5} &\geq \left(\frac{10}{9}\right)^{n-2}. \end{aligned}$$

Mivel a jobb oldal n -ben monoton nő és $\left(\frac{10}{9}\right)^2 > \frac{6}{5}$, ezért (3)-ból $n - 2 \leq 1$, azaz $n \leq 3$.

Ha $n = 1$, akkor $A = 0$, ha $n = 2$, akkor

$$(4) \quad A = 10a + b = 1,5ab.$$

Innen $3ab - 20a - 2b = 0$, ahonnan

$$b = \frac{20a}{3a-2} = 6 + \frac{2a+12}{3a-2},$$

azaz $b \geq 7$. Ha $b = 7$, akkor $a > 9$, ha $b = 8$, akkor $a = 4$ megoldás, ha pedig $b = 9$, akkor a nem egész.

Ha $n = 3$, akkor $A = 100a + 10b + c = 1,5abc$, azaz

$$200a + 20b + 2c = 3abc,$$

azaz

$$200a < 3abc, \quad \text{tehát} \quad bc > 66.$$

Így vagy $b = c = 9$, vagy $\{b, c\} = \{9, 8\}$.

Könnyen látható, hogy egyik esetben sem kapunk megoldást, ami azt jelenti, hogy a feladatnak két megoldása van: $A = 48$ és $A = 0$.