Ismeretes, hogy az A és B számok $d=(A,B)$ legnagyobb közös osztója osztja az $A-n\cdot B$ számot is minden n egészre.

Ha $n=1988$, akkor

$$\begin{aligned} a-1988B=1989^{1990}-1988^{1990}-1988\cdot 1989^{1989}+1988^{1990}=\\ =1989^{1989}(1989-1988)=1989^{1989}.\end{aligned}$$

Az A és B számok legnagyobb közös osztójának tehát többszöröse a B-t előállító különbség első tagja, 1989^{1989}, így d a második tagnak, 1988^{1989}-nek is osztója.

Mivel 1988 és 1989 szomszédos egész számok, a legnagyobb közös osztójuk 1, nincs tehát közös prímtényezőjük. A számelmélet alaptétele szerint ekkor a hatványaiknak sem lehet közös prímtényezője. 1988^{1989} és 1989^{1989} tehát relatív prímek, így A és B is azok.

Steiner Melinda (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., I. o. t.)
dolgozata nyomán

Megjegyzések. 1. Hasonló eredményre jutunk, ha elvégezzük a két szám legnagyobb közös osztóját szolgáltató *euklidészi algoritmus* első osztási lépését:

$$\begin{aligned}(1989^{1990}-1988^{1990}):(1989^{1989}-1988^{1989})=1989\\ \frac{1989^{1990}-1989\cdot 1988^{1989}}{1989\cdot 1988^{1989}-1988^{1990}}.\end{aligned}$$

Azt kaptuk, hogy $A=1989B+1988^{1989}$, így $(A,B)=(B,1988^{1989})$, ahonnan az ismertetett megoldás szerint kaphatjuk a végeredményt.

2. Hasonló okoskodással általában is igazolható, hogy $(a^n-b^n,a^m-b^m)=a^{(n,m)}-b^{(n,m)}$, ha a és b relatív prímek. A feladatban $a=1989$, $b=1988$, $n=1990$, $m=1989$.