Megmutatjuk, hogy ha egy törtre fennáll hogy

$$\frac{99}{100} < \frac{p}{q} < \frac{100}{101}, \tag{1}$$

akkor a tört nevezője legalább 100+101, a nevezők összege. Szorozzuk meg ehhez az (1) egyenlőtlenségeket a nevezők szorzatával:

$$99 \cdot 101q < 100 \cdot 101p < 100^2 q. \tag{2}$$

Az első két szám 101 többszöröse, így eltérésük legalább 101; hasonlóan a második két szám eltérése legalább 100. Így

$$100^2 q - 99 \cdot 101q \geqq 100 + 101 = 201. \tag{3}$$

A (3) egyenlőtlenség bal oldalán éppen

$$(100^2 - 99 \cdot 101)q = q$$

áll, és így a bizonyítandó állítást kapjuk.

Meg kell még mutatnunk, hogy létezik olyan 201 nevezőjű tört, amelyre (1) fennáll. Mivel

$$\frac{99}{100} = \frac{198}{200} \quad \text{és} \quad \frac{100}{101} = \frac{200}{202} \quad \text{és} \quad \frac{198}{200} < \frac{199}{201} < \frac{200}{202},$$

ezért $p = 199$ választással teljesül (1), ha $q = 201$,

A keresett tört tehát a $\frac{199}{201}$. $\Big($Ez az egyetlen 201 nevezőjű tört felel csak meg a feltételeknek, hiszen két ilyen tört különbsége legalább $\frac{1}{201}$, és $\frac{100}{101} - \frac{99}{100} = \frac{1}{100.101} < \frac{1}{201}$.$\Big)$