

Az egyenlet jobb oldala pozitív, így $x > y > 0$. A bal oldalon

$$(2) \quad x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) > (x - y)^3 + xy,$$

így $(x - y)^3 < 61$.

Ez azt jelenti, hogy $0 < x - y < 4$.

Az egyenlet és a (2) azonosság szerint innen

$$(3) \quad xy = \frac{61 - (x - y)^3}{3(x - y) - 1}.$$

Ha $x - y = 2$ vagy $x - y = 3$, akkor (3) jobb oldala nem egész $\left(\frac{53}{5}, \text{ ill. } \frac{34}{8}\right)$. Ha $x - y = 1$, akkor (3)-ból $xy = 30$.

Így x és $-y$ gyökei a

$$t^2 - t - 30 = 0$$

egyenletnek. Szorzattá alakítva:

$$t^2 - t - 30 = (t + 5)(t - 6),$$

tehát a gyökök -5 és 6 . Mivel x és y pozitív számok, az egyetlen megoldás $x = 6$ és $y = 5$.

Maraton Tamás (Paks, Paksi Atomerőmű Műszaki Szakközépiskola, I. o. t.)