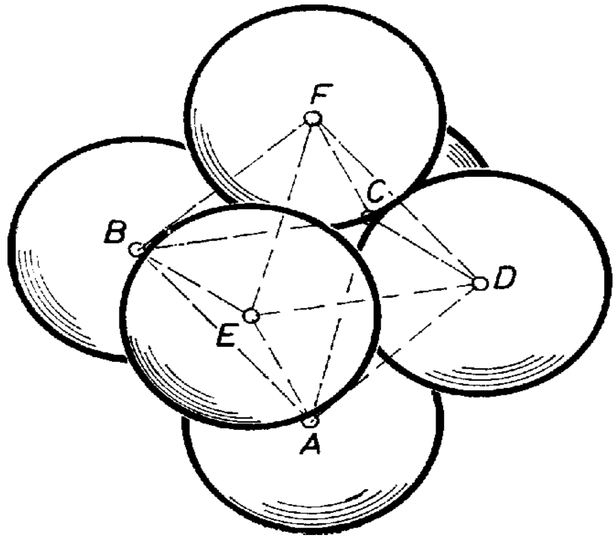
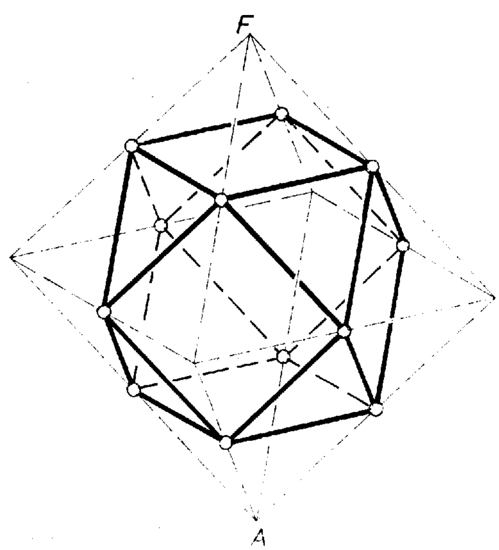
Jelöljük a gömbök középpontjait A, B, C, D, E, F-fel. Tudjuk, hogy két gömb pontosan akkor érinti egymást, ha középpontjaik távolsága megegyezik a sugaraik összegével, esetünkben 2 egységgel.



Feltehetjük, hogy például az A és az F közepű gömbök nem érintik egymást. Ekkor mindkettő érinti a B, C, D, E középpontú gömbök mindegyikét. Tehát a B, C, D, E pontok mind az A, mind az F ponttól 2 egység távolságra vannak, azaz rajta vannak az A és az F köré írt 2 egység sugarú gömbök közös részén, ami egy kör. Tehát a $BCDE$ négyszög húrnégyszög, amelynek minden oldala 2 egység. Ilyen húrnégyszög viszont csak egy van, a négyzet. Tehát $BCDE$ négyzet. Az A és az F pontok a négyzet minden csúcsától egyenlő távolságra vannak, vagyis illeszkednek a négyzet középpontján átmenő, a négyzet síkjára merőleges egyenesre. Mivel $AB = BC$ és $FB = BC$, ezért az A és F pontok B,C, D, E-vel együtt egy szabályos oktaédernek a csúcsai. Megfordítva könnyen látható, hogy egy 2 egységnyi élhosszúságú szabályos oktaéder csúcsai köré rajzolt hat darab (egységsugarú) gömb mindegyike pontosan négy másikat érint.



Az érintési pontok által meghatározott test tehát a 2 egység oldalú szabályos oktaéder oldalfelező pontjai által meghatározott konvex testtel azonos. Ezt a testet úgy is megkaphatjuk, hogy az oktaéderből minden csúcsánál levágunk egy olyan négyzet alapú gúlát, amelynek minden éle 1 egység. A keresett térfogat tehát (a Függvénytáblázat megfelelő térfogatképleteit használva):

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot 2^8 - \frac{6 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot 1^3 \right)}{2} = \frac{5}{3}\sqrt{2} \quad \text{térfogategység.}$$

Virág Bálint (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján