

Jelölje A_n az n -jegyű, csupa 9-esből álló számot.

Ekkor $A_n = 10^n - 1$ és így

$$A_n^2 = 10^{2n} - 2 \cdot 10^n + 1 = 10^n(10^n - 2) + 1.$$

$10^n - 2$ utolsó jegye 8, a további $(n - 1)$ számjegye pedig 9. Ha ezt a számot 10^n -nel szorozzuk, akkor a jegyek összege nem változik, és mivel az így kapott szám nullára végződik, 1-et hozzáadva 1-gyel nő a jegyösszeg.

A_n^2 jegyeinek összege tehát $(n - 1) \cdot 9 + 8 + 1 = 9n$. Esetünkben $n = 221$, így A^2 számjegyeinek összege $9 \cdot 221 = 1989$.

Megjegyzések. 1. Lényegében a fenti megoldásból is kiderül, hogy

$$A_n^2 = \underbrace{9 \ 9 \dots 9}_{n-1} \ 8 \ \underbrace{0 \ 0 \dots 0}_{n-1} \ 1.$$

2. *Koncz Levente* (Bp. Árpád Gimn. II. o.) dolgozatában megmutatja, hogy $n \geq k$ esetén az $A_n A_k$ szorzat számjegyeinek összege is $9n$.