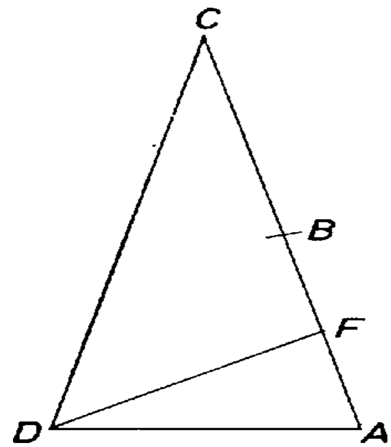
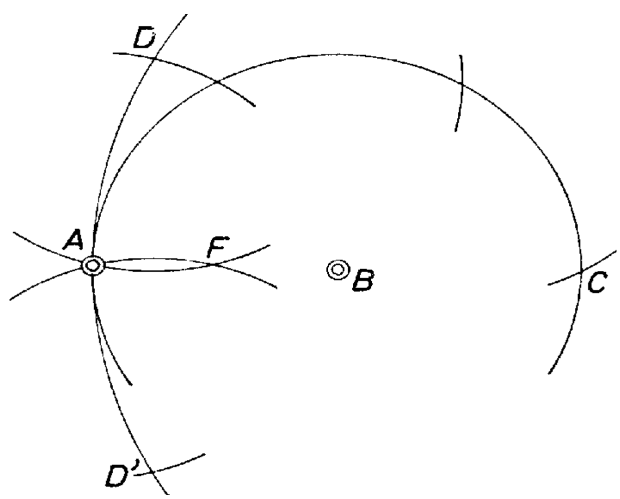
A szerkesztést egy speciális egyenlő szárú háromszög tulajdonságait felhasználva fogjuk elvégezni. Legyen ACD egy olyan háromszög, amelyben $AC = CD = 2AD$. Jelöljük az AC szár felezőpontját B-vel, AB felezőpontját pedig F-fel (1. ábra).



1. ábra

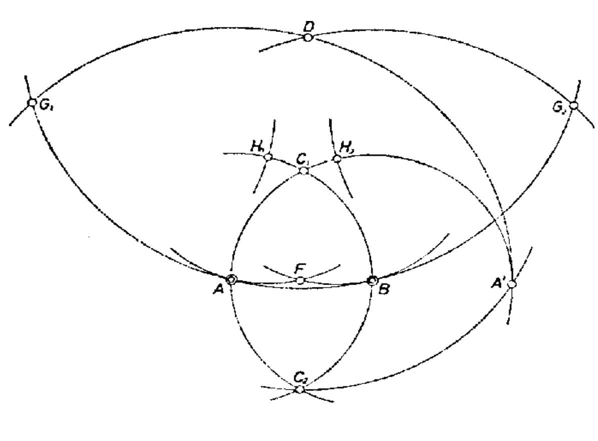
Ekkor $AB = AD$, továbbá az AFD háromszög hasonló az ADC háromszöghöz, mivel $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{1}{2}$, és a két háromszögnek az A-nál levő szöge közös. Tehát $AD = FD$. Ezt felhasználva a szerkesztést a következőképpen végezhetjük el:

A megadott AB szakasszal mint sugárral B körül kört rajzolunk. A kör kerületére A-ból kiindulva háromszor egymás után felmérjük az AB távolságot, így kapjuk a C pontot (2. ábra), ami éppen A-nak B-re vonatkozó tükörképe.



2. ábra

A C középpontú, CA sugarú, és az A középpontú, AB sugarú körök két metszéspontja legyen D és D'. Ekkor ACD és ACD' az 1. ábrán szereplőhöz hasonló egyenlő szárú háromszögek. Végül a D, illetve D' középpontú, $DA = D'A$ sugarú körök A-tól különböző F metszéspontja a fentiek alapján éppen az AB szakasz felezőpontja.

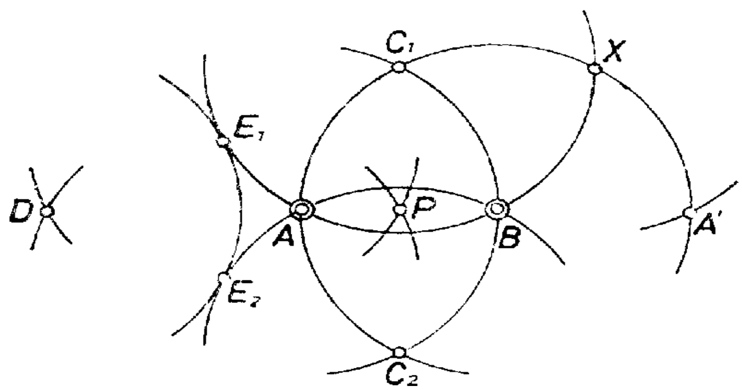


3. ábra

II. megoldás. Az A és B körüli, $AB=1$ sugarú körök metszéspontjai a 3. ábrán C_1 és C_2, röviden: $A(1)\cap B(1)=C_1$, C_2, ekkor $C_1C_2=\sqrt{3}$. Továbbá $B(1)\cap C(\sqrt{3})=A'$, és $AA'=2$. Most A, B, majd D körül 2 sugárral írunk kört, a metszéspontok D, G_1, G_2, így ADG_1 és BDG_2 szabályos háromszögek, AD, ill. BD oldaluk H_1, H_2 felezőpontját a G_1 körüli, $\sqrt{3}$ sugarú kör metszi ki az első két körből ($i=1,2$), ekkor H_1H_2 az ABD háromszög középvonala. Végül $H_1(1)\cap H_2(1)=F$. (10 kört rajzoltunk.)

Eötvös Levente (Debrecen, Fazekas M. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Néhány dolgozat körök érintkezési pontját kívánta felhasználni. Ez *nem eukleidészi szerkesztés*, két megrajzolt körrel csak *két különböző* metszéspontjukat tekintjük meghatározottnak , ha ilyen helyzetűek. Mégis bemutatjuk, mert egyébként helyesen, ezek is „*hálózatot szőttek*” a felezőpont céljára. Ilyenben ki lehet számítani az adódó metszéspontok közti távolságokat, illetve a pontok koordinátáit. A 4. ábrán C_1C_2D és E_1E_2P szabályos háromszögek, oldalhosszuk 2, ill. 1.



4. ábra

Ezeket tudva az E_1 érintkezési pontot meg lehet szerkeszteni kizárólag körzővel mint a már ismert D és C_1 pontok által meghatározott egyenesnek az egyik körrel való metszéspontját – de csak több lépésben.

2. Számítás pótolta az egyenes vonalzó mellőzését szeptemberi számunk cikkében.

Megjegyzés. Be lehet bizonyítani, hogy minden olyan euklideszi értelemben vett szerkesztés, ami körzővel és vonalzóval elvégezhető, elvégezhető csupán körző használatával is. Ezt az érdekes tételt egymástól függetlenül G. Mohr dán és L. Mascheroni olasz matematikus fedezte fel.