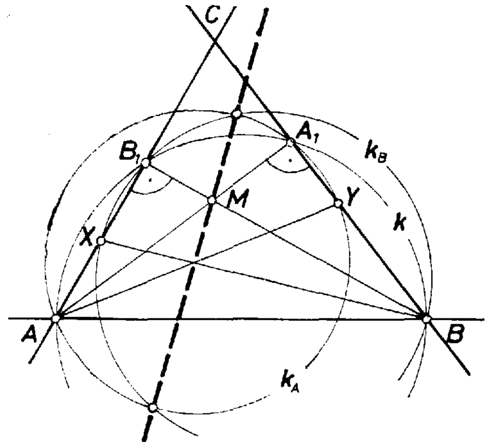
A megoldás során felhasználjuk a pont körre vonatkozó hatványának, valamint két kör hatványvonalának fogalmát, és ezek alapvető tulajdonságait. Az ezzel kapcsolatos definíciók és állítások megtalálhatók pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye II.* 923. és 931. feladatában.

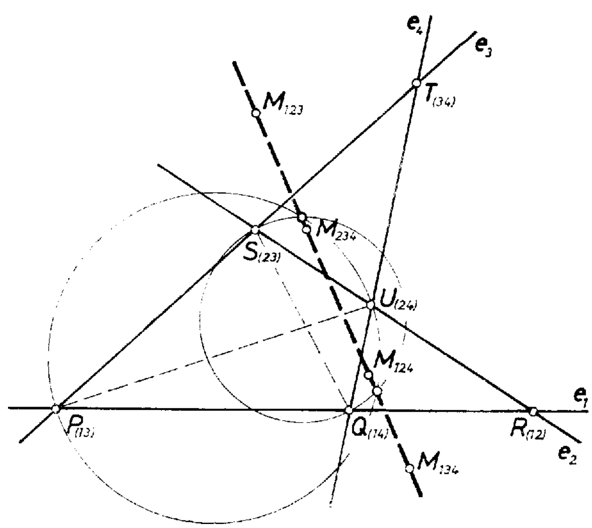
Először bebizonyítunk egy segédtételt:

($*$) *Legyen X és Y az ABC háromszög AC, illetve BC oldalegyenesének tetszőleges pontja. Ekkor az AY és a BX átmérőjű körök hatványvonala tartalmazza az ABC háromszög M magasságpontját.*



1. ábra

Jelöljük az ABC háromszög A-hoz, illetve B-hez tartozó magasságának talppontját A_1-gyel, illetve B_1-gyel, az AY és a BX átmérőjű köröket pedig k_A-val és k_B-vel (1. ábra). Ekkor $AA_1Y\sphericalangle = BB_1X\sphericalangle = 90^\circ$, ezért az A_1 pont rajta van a k_A, a B_1 pont pedig a k_B körön; továbbá az A_1 és a B_1 pont rajta van az AB átmérőjű k körön. Ezért az M pontnak a k_A és a k_B körre vonatkozó hatványa $MA\cdot MA_1$ és $MB\cdot MB_1$ megegyezik, mert mindkettő egyenlő az M pont k-ra vonatkozó hatványával. Vagyis M rajta van a két kör hatványvonalán.



2. ábra

Térjünk rá az eredeti feladatunk megoldására. Jelöljük a 4 egyenes 6 metszéspontját a 2. ábrán látható módon P, Q, R, S, T, U-val. Válasszunk ki a 6 metszéspont közül 2-2 szemköztit – azaz olyanokat, amelyek nincsenek egy egyenesen –, ábránkon P, U-t és S, Q-t. Azt állítjuk, hogy a PU és az SQ átmérőjű körök hatványvonala tartalmazza mind a négy magasságpontot. Ez segédtételünkből következik, ha azt négyszer alkalmazzuk az alábbi választásokkal:

$$\begin{array}{rl} & 1.\ 2.\ 3.\ 4. \\ A: & P\ P\ S\ Q \\ B: & S\ Q\ U\ U \\ C: & R\ T\ T\ R \\ X: & Q\ S\ P\ P \\ Y: & U\ U\ Q\ S \end{array}$$

Ezzel feladatunk állítását bebizonyítottuk.

András Szilárd (Csíkszereda, Matematika–Fizika Líceum., I. o. t.) dolgozata alapján