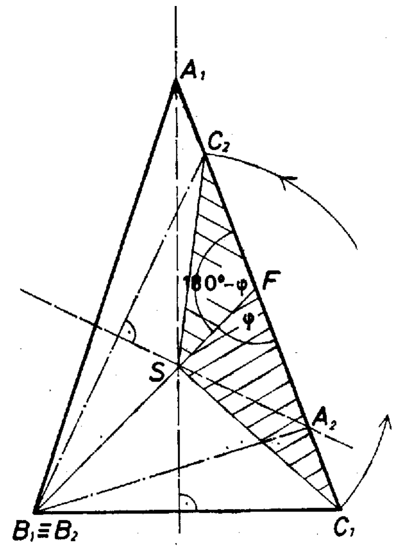
I. megoldás. Jelöljük a háromszög súlypontját S-sel, az AC szár felezőpontját F-fel, az adott szöget pedig φ-vel. Tudjuk, hogy a háromszög súlypontja harmadolja a súlyvonalakat, tehát $SF = \frac{1}{3}BF$, és $SC = SB = \frac{2}{3}BF$. Ezért az SFC háromszögben ismerünk két oldalt, továbbá a nagyobbikkal szemközti szöget, ami φ, vagy $180^\circ - \varphi$ attól függően, hogy F-ből a BC oldal hegyes- vagy tompaszögben látszik (1. ábra).



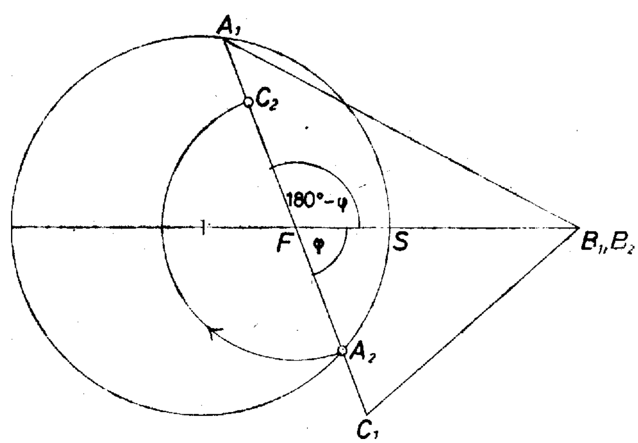
1. ábra

Ezek alapján az SFC háromszög az ismert módon megszerkeszthető. SFC megszerkesztése után C-nek F-re való tükörképe adja az A pontot, az FS félegyenesre pedig F-ből $3FS$ távolságot felmérve kapjuk a B pontot. Az így kapott ABC háromszög eleget tesz a feltételeknek, mert AC oldalának felezőpontja F, BF tehát súlyvonal; amely AC-vel φ szöget zár be (e két egyenes hajlásszöge definíció szerint nem nagyobb 90°-nál!), továbbá S a háromszög súlypontja, mert harmadolja az egyik súlyvonalat, s ezért $SB = SC(= 2SF)$-ből következik, hogy a háromszög egyenlő szárú, azaz $AB = AC$.

A feladatnak egy megoldása van, ha $\varphi = 90^\circ$, két megoldása, ha $\varphi \neq 90^\circ$ (1. ábra).

II. megoldás. Használjuk az előző megoldás jelöléseit. Mivel F felezőpont, ezért $AB : AF = 2 : 1$, tehát az A pont rajta van a BF szakasz 2:1 arányhoz tartozó Apollóniusz-körén. Ezt felhasználva a szerkesztés könnyen elvégezhető:

A BF szakasznak megszerkesztjük a 2:1 arányhoz tartozó Apollóniusz-körét. Ezután az F ponton át BF-fel φ szöget bezáró egyenest szerkesztünk, ennek és a körnek a metszéspontja A, A-nak F-re vonatkozó tükörképe pedig C (2. ábra). Az így szerkesztett háromszög nyilván eleget tesz a feltételeknek.



2. ábra

Ha $\varphi = 90^\circ$, akkor két egybevágó megoldást kapunk, ha pedig $\varphi \neq 90^\circ$, akkor (helyzet szerint) 4 háromszög adódik – hiszen ekkor F-en át két különböző egyenest rajzolhatunk – de e háromszögek közül 2-2 egybevágó.