I. megoldás. Az n-re vonatkozó teljes indukcióval bizonyítjuk az állítást. Ha $n = 1$, akkor az 1. ábra táblázata megfelelő.

1	0	1
1	-1	0
2	-1	

1. ábra

Legyen $n \geqq 1$, és tegyük fel, hogy létezik olyan $2n \times 2n$-es táblázat, amelyben az oszlopösszegek a

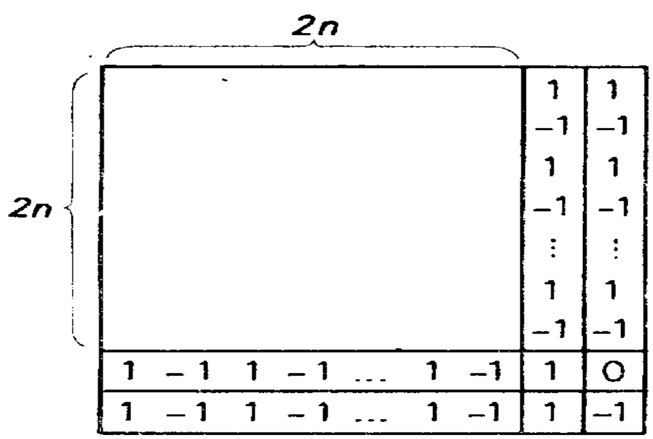
$$2n, -2n+1, 2n-2, \ldots, 2, -1,$$

a sorösszegek pedig a

$$2n-1, -2n+2, 2n-3, \ldots, -2, 1, 0$$

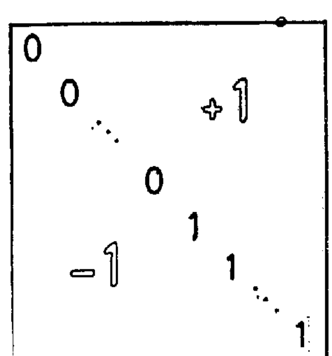
számok. (Tehát a $-2n$ hiányzik.) Illesszük ennek jobb alsó sarkához az 1. ábra táblázatát, és egészítsük ki két darab $2n \times 2n$-es „szegéllyel” a 2. ábrán látható módon.

Így a pozitív összegek 2-vel nőnek, a nem pozitívak 2-vel csökkennek, az 1. ábra sor- és oszlopösszegei tehát éppen „kitöltik a keletkezett hézagot”, a kapott $(2n+2) \times (2n+2)$-es táblázat megfelelő lesz.



2. ábra

II. megoldás. Megadunk egy megfelelő kitöltést. A főátló első n darab eleme legyen 0, a második n elem legyen 1, a főátló alatti elemek értéke legyen -1, fölötte pedig $(+1)$ értékek álljanak (3. ábra).



3. ábra

Ekkor az első n sorban különböző pozitív páratlan számok, a második n sorban pedig különböző nempozitív páros számok állnak. Az első n oszlopban különböző negatív páratlan számok, a második n oszlopban pedig különböző pozitív páros számok állnak.

Így valóban nincsenek egyenlők a $4n$ darab összeg között, hiszen bármelyik kettőnek különbözik vagy az előjele, vagy a paritása, vagy pedig az abszolút értéke.