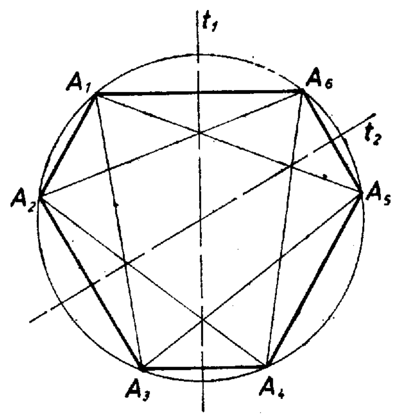
Igen, következik. Tükrözzük a hétszöget egymás után a két szimmetriatengelyére. Az eredő transzformáció vagy eltolás (ha a tengelyek párhuzamosak), vagy elforgatás (ha a két tengely metszi egymást). Mivel a transzformáció során a hétszög képe önmaga, ezért a transzformáció szükségképpen elforgatás. Ennek szöge a két szimmetriatengely szögének kétszerese, így legfeljebb 180°. Pontosan 180° nem lehet a szög, mivel a 180°-os forgatás középpontos tükrözést jelent, páratlan oldalszámú konvex sokszög pedig nem lehet középpontosan szimmetrikus. Hétszögünket tehát egy 180°-nál kisebb szögű forgatás önmagába viszi. Nevezzük egy csúcs pályájának azon csúcsok együttesét, amelyekbe ez a csúcs az elforgatás egy más utáni alkalmazásai során kerül. (Ha pl. az $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ hétszög A_1 csúcsát a forgatás A_3-ba, A_3-at A_7-be, A_7-et pedig A_1-be viszi, akkor az A_1 pályája – és persze az A_3, A_7 csúcsoké is – A_1, A_3, A_7.) Egy pálya nem állhat egyetlen elemből, hiszen ez azt jelentené, hogy a forgatás centruma a hétszög valamelyik csúcsa, ami a konvexitás miatt lehetetlen. Két elemből sem állhat egy pálya, mivel ekkor az elforgatás 180°-os lenne, amit már korábban kizártunk. Ha valamelyik csúcs pályája háromelemű, akkor az előbbiek szerint a másik négy csúcsnak egyetlen pályát kellene alkotnia. De háromelemű pálya csak akkor létezhet, ha az elforgatás szöge 120° vagy 240°, míg ha egy pálya négy elemből áll, akkor az elforgatás szöge 90° vagy 270°. Ezek a szögek mind különbözőek, ami ellentmondás. Öt vagy hat elemből álló pálya sem lehet, mert ekkor a maradék csúcsok kettő-, illetve egyelemű pályá(k)ba tartoznának.



$\{A_1, A_3, A_5\}$ és $\{A_2, A_4, A_6\}$
egyenlő hosszú pályák

Tehát a sokszög hét pontja egyetlen pályát alkot; ez azt jelenti, hogy a hétszög bármely csúcsát egy rögzített pont körüli alkalmas elforgatással át tudjuk vinni a hétszög tetszőleges csúcsába. Legyen az $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ sokszög forgáscentruma O, és legyen $\alpha = A_1OA_2\sphericalangle$. Az O körüli α szögű forgatás a sokszöget önmagába viszi. Mivel ekkor A_1 képe A_2, ezért A_2 képe csak A_2 fennmaradó szomszédja, A_3 lehet hasonlóan A_3 képe $A_4, \ldots, A_7$ képe pedig A_1.

Így $A_1OA_2\sphericalangle = A_2OA_3\sphericalangle = \ldots = A_7OA_1\sphericalangle$, tehát a sokszög szabályos.

Megjegyzés. A feladat állítása 7 helyett tetszőleges prím oldalszámú konvex sokszögre is érvényes, és ennek belátásához a fenti bizonyítást nem is kell túl sokkal kiegészíteni. Ha azonban a sokszög oldalainak száma nem prím, akkor már nem igaz a megfelelő állítás.