

Ha α jelöli a szóban forgó közös gyököt, akkor ez a két egyenlet különbségének is gyöke, így

$$(1) \quad (p_1 - p_2)\alpha = q_1 - q_2.$$

Ismeretes, hogy egy egész együtthatós polinom racionális gyökének egyszerűsített alakjában a nevező osztója a legmagasabb fokú tag együtthatójának. Esetünkben ez az együttható 1, így a megadott polinomok racionális gyökei egész számok. A közös gyök tehát nem lehet racionális, hiszen a feltétel szerint nem egész.

Mivel (1)-ben $p_1 - p_2$ és $q_1 - q_2$ egész számok, α pedig irracionális, csak $p_1 - p_2 = 0$, és így $q_1 - q_2 = 0$ lehetséges, és ezt akartuk bizonyítani.