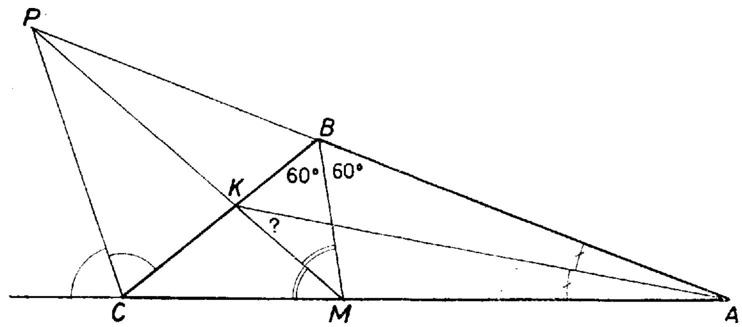
A bizonyítás során felhasználjuk azt az ismert tételt, hogy egy háromszög hozzáírt körének a középpontja rajta van az egyik szög belső és a másik két szög külső szögfelezőjén, vagyis ez a három egyenes egy pontban metszi egymást.




Az $MBC$ háromszögben $MBC\sphericalangle = 60°$, továbbá $CBP\sphericalangle = 180° - ABC\sphericalangle = 60°$, ezért a BP egyenes felezi e háromszög $B$ csúcsánál levő 120°-os külső szöget. Ugyanakkor a $C$-nél levő külső szög felezője a $CP$ egyenes, tehát $P$ két külső szögfelezőnek a metszéspontja. Ezért az említett tétel alapján a $PM$ egyenes megegyezik az $MBC$ háromszög $M$ csúcsához tartozó belső szögfelezőjével, azaz $BMP\sphericalangle = PMC\sphericalangle$. Hasonlóan az $ABM$ háromszögben $BK$ és $MK$ külső szögfelezők, ezért az $AK$ egyenes belső szögfelező, vagyis $BAK\sphericalangle = MAK\sphericalangle$. Jelöljük ezt a szöget $\alpha$-val. Ekkor:

$$AMB\sphericalangle = 180° - (ABM\sphericalangle + BAM\sphericalangle) = 180° - (60° + 2\alpha) = 120° - 2\alpha,$$

így

$$BMK\sphericalangle = \frac{1}{2}BMC\sphericalangle = \frac{1}{2}(180° - AMB\sphericalangle) = \frac{1}{2}(60° + 2\alpha) = 30° + \alpha,$$

tehát

$$AKM\sphericalangle = 180° - (KAM\sphericalangle + KMA\sphericalangle) = 180° - (\alpha + BMK\sphericalangle + AMB\sphericalangle) =$$
$$= 180° - \big(\alpha + (30° + \alpha) + (120° - 2\alpha)\big) = 30°.$$

Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

*Csörnyei Marianna* (7. o. t., Budapest, Budenz Úti Ált. Isk.)
dolgozata alapján