

Megmutatjuk, hogy ha x és y tetszőleges pozitív egész számok, akkor (1) pontosan akkor teljesül, ha $x = y$. Azt fogjuk bebizonyítani – és ez nyilván elég – hogy ha $x \neq y$, akkor

$$(2) \quad x^y + y^x < x^x + y^y.$$

Föltehető, hogy például $x < y$. Ekkor

$$0 < x^x < y^x \quad \text{és} \\ 0 \leq x^{y-x} - 1 < y^{y-x} - 1.$$

A két egyenlőtlenséget összeszorozva

$$x^x(x^{y-x} - 1) < y^x(y^{y-x} - 1),$$

ahonnan rendezés után éppen a bizonyítandó állítást kapjuk.

Megjegyzés. A bizonyítás során az x és y számokról csupán annyit használtunk fel, hogy ezek egyike sem kisebb 1-nél.