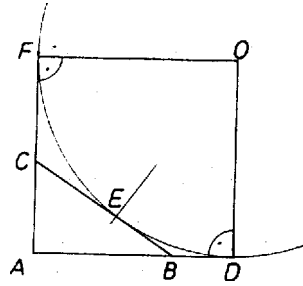


Megmutatjuk, hogy a fenti tulajdonsággal éppen a derékszögű háromszögek rendelkeznek.



Érintse az O középpontú, s sugarú kör a $2s$ kerületű ABC háromszög oldalegyeneseit a D , E és F pontokban. Mivel egy külső pontból egy körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő, ezért $BD = BE$ és $CF = CE$. Ennek alapján

$$\begin{aligned} AD + AF &= (AB + BD) + (AC + CF) = \\ &= AB + BE + (AC + CE) = 2s. \end{aligned}$$

Hasonló okból azonban $AD = AF$, így mindkettő megegyezik a háromszög kerületének a felével. Ily módon az $ADOF$ négyszög valamennyi oldala s hosszúságú, vagyis a négyszög rombusz. Az ADO és OFA szögek derékszögek, hiszen a kör érintője merőleges az érintési ponthoz tartozó sugárra. Rombuszunk tehát négyzet, ezért az AFC háromszögben az A csúcsnál derékszög van.

Megfordítva: ha az ABC háromszög derékszögű, akkor az $ADOF$ négyszögben három derékszög is van ($FAD \sphericalangle$, $ADO \sphericalangle$, $OFA \sphericalangle$), továbbá a négyszög két szomszédos oldala (AD és AF) egyenlő, így a négyszög négyzet. Ennek minden oldala egyenlő, tehát a hozzáírt kör sugara:

$$OF = AF = s.$$