$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=\frac{1}{1988} \tag{1}$$

Fejezzük ki az egyenletből az egyik ismeretlent – például y-t —

$$y=1988+\frac{1988\cdot 1989}{x-1988}. \tag{2}$$

Mivel y (és x) egész szám, ezért (2) jobb oldalán a második tag nevezője osztója a számlálónak. Azt állítjuk, hogy ez az osztó nem lehet negatív.

Ha ugyanis $(x-1988)$ negatív, akkor $x \geqq 0$ miatt $x-1988 \leqq 1988$, és így (2)-ben a tört abszolút értéke legalább 1989. Másrészt a tört negatív, így $y<0$; ezt azonban a feltétel kizárja. Ha tehát egy természetes számokból álló (x, y) számpár megoldása (1)-nek, akkor y – és persze x is — nagyobb, mint 1988.

Könnyen látható másrészt, hogy $A=1988\cdot 1989$ bármely pozitív d osztójára az $\left(1988+d, 1988+\dfrac{A}{d}\right)$ számpár megoldása (1)-nek, és különböző osztókra különböző megoldásokat kapunk. Következésképpen az (1) egyenletnek annyi megoldása van a természetes számok halmazán, ahány pozitív osztója van az

$$A=1988\cdot 1989=2^2\cdot 3^2\cdot 7\cdot 13\cdot 17\cdot 71$$

számnak.

Ismeretes, hogy ha egy B szám prímtényezős felbontása $p_1^{a_1}\cdot p_2^{a_2}\cdot\ldots\cdot p_k^{a_k}$, akkor B-nek

$$d(B)=(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)\cdot\ldots\cdot(1+\alpha_k)$$

darab pozitív osztója van. Esetünkben ez az érték

$$d(A)=(1+2)(1+2)(1+1)(1+1)(1+1)(1+1)=144,$$

így az (1) egyenletnek 144 darab megoldása van a természetes számok halmazán.

Tisza Miklós (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.)
dolgozata alapján