

Azt állítjuk, hogy ha létezik ilyen szám, akkor az legfeljebb háromjegyű lehet. Egy n -jegyű A szám jegyeinek az összege ugyanis legfeljebb $9n$, másrészt $A \geq 10^{n-1}$, így ha A -ra teljesül a feltétel, akkor

$$10^{n-1} \leq A \leq 19 \cdot 9n < 200n,$$

azaz

$$10^{n-3} < 2n,$$

ami csak $n = 1$ -re, $n = 2$ -re és $n = 3$ -ra igaz.

A háromjegyű abc számra feltételünk azt jelenti, hogy

$$a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 19(a + b + c),$$

ahonnan rendezés után

$$81a - 9b - 18c = 0,$$

vagyis

$$(1) \quad 9a - b - 2c = 0.$$

Az abc szám tehát pontosan akkor lesz 19-szer akkora, mint a jegyeinek összege, ha a számjegyeire teljesül (1). Mivel $b + 2c \leq 27$, ezért (1)-ből $9a \leq 27$, azaz a legfeljebb 3. Ha $a = 3$, akkor (1)-ből

$$(2) \quad b + 2c = 27,$$

ami csak a $b = c = 9$ esetben teljesülhet. Így legnagyobbként a 399-et kapjuk, amelyre (1) szerint teljesül a feltétel.

A keresett szám tehát a 399.