

Az állítás igaz. Megmutatjuk, hogy a megadott feltétel, $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ egyetlen valós (x, y, z) számhármásra *sem teljesül*, a kimondott állításra nincs ellenpélda, így az igaz.

Ha ugyanis a feltételben álló törtek értelmesek, akkor x , y és z egyike sem 0. xyz -vel megszorozva (1) második egyenlőségét

$$(3) \quad yz + zx + xy = 0$$

adódik. Az $x + y + z = 0$ összefüggésből négyzetre emeléssel kapjuk, hogy

$$0 = (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx).$$

Itt a jobb oldalon az összeg második tagja (3) szerint ugyancsak nulla; így ha az x , y , z valós számokra fennáll (1), akkor $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. Ez viszont pontosan akkor teljesül, ha $x = y = z = 0$, ami viszont lehetetlen.

Megjegyzések: 1. A feladat egyik tanulsága, hogy hamis feltételből bármi következik. Erről és még sok egyéb logikai rejtvényről, feladról olvashatunk Raymond Smullyan: *Mi a címe ennek a könyvnek?* című könyvében (Műszaki Könyvkiadó, 1988).

2. Ha a feladatban nem kötjük ki, hogy x , y és z valósak legyenek, akkor könnyen látható, hogy (1) pontosan akkor teljesül, ha x , y és z nullától különböző komplex szám három köbgyöke. Ekkor viszont a (2) egyenlőség két oldalán álló mennyiségek értéke is nulla, a feladat állítása tehát ilyenkor is igaz – bár más okokból.