

A szóban forgó számokat úgy állíthatjuk elő, hogy kiválasztjuk azt az egyetlen számjegyet, amelyik kétszer fordul elő – ezt 7-féleképpen tehetjük meg –, és az így kapott 8 számjegyet minden lehetséges módon sorbarakjuk. Nyolc elem 8!-féle sorrendje a tényleges lehetőségek számának a kétszerese, hiszen a két egyenlő számjegyet felcserélve ugyanahhoz a 8 jegyű számhoz jutunk. Így összesen $7 \cdot \frac{8!}{2}$ olyan 8-jegyű szám van, amelyik csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből áll és e jegyek mindegyikét legalább egyszer tartalmazza.

A számok összegének kiszámolásához gondoljuk meg, hogy a nyolc lehetséges helyiérték bármelyikét rögzítve, minden egyes számjegy ugyanannyiszor fordul elő ezen a helyen, hiszen a számjegyek egymáshoz képest nincsenek kitüntetve. Minden egyes számjegy tehát $7 \cdot \frac{8!}{2} / 7 = \frac{8!}{2}$ darab számban fordul elő az i -edik helyen, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. A számok összegét ezután helyiértékenként számolva ki a keresett S összeg

$$S = \frac{8!}{2}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7)(1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^7) = 8! \cdot 14 \cdot \frac{10^8 - 1}{9}.$$

Benczúr Péter (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t)
dolgozata alapján