

Megoldás. Legyen a_1, a_2, \dots, a_{11} a 11 szám, és jelöljük a négyzetösszegüket Q -val. A feltétel szerint

$$a_i = Q - a_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, 11),$$

azaz valamennyi i -re

$$a_i + a_i^2 = Q.$$

Az $f(x) = x + x^2$ függvény azonban nemnegatív x -ekre szigorúan monoton, így $a_1 + a_1^2 = \dots = a_{11} + a_{11}^2$ esetén szükségképpen $a_1 = a_2 = \dots = a_{11}$.

Jelöljük az a_i számok közös értékét a -val, ekkor a feltétel szerint $a = 10a^2$, ezért $a = \frac{1}{10}$. Tehát a 11 szám mindegyike $\frac{1}{10}$.

Megjegyzések. 1. Ha $n + 1$ pozitív szám mindegyike a további n négyzetösszege, akkor ugyanígy kapjuk, hogy valamennyi szám $\frac{1}{n}$.

2. A feladatban nem igazán lényeges megkövetelni, hogy mindegyik szám pozitív legyen, hiszen valós számok négyzetösszegei lévén legalábbis nemnegatívok. Így ebben az esetben vagy mindegyik szám $\frac{1}{10}$, vagy valamennyi 0.