Megmutatjuk, hogy $m \leqq 4$. Tudjuk, hogy minden szabályos sokszög körbe írható. Tekintsük az n-szög és az m-szögek köré írható köröket. Az m-szögeknek a k-szög csúcsaitól különböző csúcsai rajta vannak az n-szög köré írt körön, és rajta vannak valamelyik m-szög köré írt körön is. E körök nyilván különbözőek, így legfeljebb két közös pontjuk van. Az m-szögeknek ezért legfeljebb két olyan csúcsuk van, ami a k-szögnek nem csúcsa, azaz $m \leqq 4$.

1988-12-448-1.eps

1. ábra

Ha $m=3$, akkor nyilván $n=k$. Ekkor a k-szög középpontja körüli $\dfrac{360^\circ}{k}$ szögű elforgatás az alakzatot önmagába viszi, így az szabályos (1. ábra); tehát k tetszőleges (2-nél nagyobb egész szám) lehet.

1988-12-449-1.eps

2. ábra

$m=4$ esetén legyen $E,\ F$ és G a k-szög egymás utáni csúcsa, $A,\ B,\ C,\ D$ pedig az EF és FG oldalak fölé szerkesztett négyzetek további csúcsai (2.ábra). Az n-szög csak akkor lehet szabályos, ha $AB=BC=CD$. De $AB=BF$ és $CD=CF$, így BFC egyenlőoldalú háromszög. Ennek alapján kiszámíthatjuk a k-szög egyik szögét:
$EFG\sphericalangle=360^\circ-(EFB\sphericalangle+BFC\sphericalangle+CFG\sphericalangle)=$
$=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$; tehát a k-szög csak hatszög lehet. Ha pedig egy szabályos hatszög oldalaira kifelé négyzeteket írunk, akkor a négyzeteknek a hatszög csúcsaitól különböző csúcsai egy olyan tizenkétszöget alkotnak, amelynek minden oldala egyenlő, és minden szöge 150°-os (3. ábra), ezért ez a tizenkétszög valóban szabályos.

1988-12-449-2.eps

3. ábra

A $k,\ m,\ n$ számok lehetséges értékei tehát : $m=3$ és $n=k$, ahol k tetszőleges 2-nél nagyobb szám, vagy $m=4,\ k=6$ és $n=12$.

Keresztély Tibor (Budapest, Árpád Gimn., I. o. t.)
dolgozata alapján