

Az a) kérdésre a válasz igen, a b) kérdésre pedig nem.

Mivel a kockának nyolc csúcsa van, ezért akárhogy is festjük ki a kocka pontjait 3 színnel, biztosan lesz három azonos színű csúcs. Három csúcs között mindig található kettő, amely nem egy élen helyezkedik el. Két, nem egy élen elhelyezkedő csúcs távolsága viszont legalább $\sqrt{2}$ (a kocka lapátlójának hossza), tehát nagyobb, mint 1,4.

1988-11-386-1.eps

Most megadunk egy olyan színezést, melynél bármely két egyszínű pont távolsága 1,5-nél kisebb. Osszuk fel a kockát egyik lapjával párhuzamos síkokkal 3 db egybevágó négyzet alapú hasábra. Ezután a három hasábot színezzük ki, úgy, hogy egy színnel pontosan egy részt fessünk ki. (A két felosztó sík pontjai a középső hasáb színét kapják.) Ekkor két egyszínű pont között a legnagyobb távolság a négyzet alapú hasáb testátlójának a hosszúsága, amely Pitagorasztétel alapján:

$$d = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{19}{9}} < \frac{3}{2}, \text{ mert } \frac{19}{9} < \frac{9}{4}.$$

Pór Attila (Budapest, Tanítóképző Főisk. Gyak. Ált. Isk., 8. o. t.)
dolgozata alapján