Először azzal az esettel foglalkozunk, amikor az F pont a k kör belsejébe (például az OB szakaszra) esik, tehát G kívülre (1. ábra).

1988-11-383-1.eps

1. ábra

A k kör középpontját O-val, sugarát pedig r-rel jelöljük, legyen továbbá $GB = x$ és $FB = y$. Ha $C = E$, akkor a G pont meghatározása értelmetlenné válik; így $C \neq E$ és $O \neq F$. Mivel $AG = AB + BG = 2r + x$ és $AF = AB - BF = 2r - y$, ezért azt kell belátnunk, hogy

$$(2r + x)y = (2r - y)x,$$

vagyis

$$ry + xy = rx.$$

Az OGC és ODF derékszögű háromszögek hasonlóak, hiszen $ODF\sphericalangle$ és $OGC\sphericalangle$ merőleges szárú szögek. A háromszögek hasonlósága miatt:

$$OG : OC = OD : OF,$$

azaz

$$\frac{r + x}{r} = \frac{r}{r - y}.$$

Rendezés után ebből éppen a bizonyítandó egyenlőséget kapjuk.

1988-11-384-1.eps

2. ábra

Könnyen belátható, hogy a C és D pontok szerepének felcserélésével az F és G pontok szerepe is éppen felcserélődik (2. ábra). A bizonyítandó egyenlőség azonban az F és G pontok felcserélésével sem változik (csupán az egyenlőség két oldala cserél helyet), így a fenti gondolatmenet a feladat állítását abban az esetben is bizonyítja, amikor F a k körön kívül van. Ha F a k körön helyezkedik el (azaz $F = A$ vagy B), akkor $F = G$, tehát a kívánt egyenlőség nyilvánvalóan teljesül.

Zircher Péter (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján