I. megoldás. Két szomszédos páratlan szám összege 4-gyel osztható, ezért páros sok egymást követő páratlan szám összege is osztható 4-gyel. Páratlan sok egymást követő páratlan szám összege természetesen páratlan, és mivel az összegben ilyenkor a középsőre szimmetrikusan elhelyezkedő tagok összege a középső tag kétszerese, az összeg (a középső tag többszöröseként) összetett szám.

Így a páros számok közül csak a 4-gyel oszthatók, a páratlanok közül pedig csak az összetettek írhatók fel a kívánt módon. Megmutatjuk, hogy ez a feltétel már elégséges is, azaz pontosan a fenti pozitív számok írhatók fel kettő, vagy annál több egymást követő pozitív páratlan szám összegeként.

A $4k=(2k-1)+(2k+1)$ azonosságból nyilvánvaló az állításnak a páros számokra vonatkozó része. A páratlan (pozitív) összetett számok felírhatók két páratlan szám $p\cdot q$ szorzataként, ahol $p\geqq q>1$. Ekkor a q tagból álló

$$(p-(q-1))+(p-(q-1)+2)+\ldots+p+\ldots+(p+((q-1))$$

összeg értéke valóban $p\cdot q$.

Gausz János (Marcali, Ladi J. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Ismeretes, hogy

$$1+3+\ldots+(2m-1)=m^2.$$

Ennek alapján egy a szám pontosan akkor írható fel a kívánt alakban, ha előáll két, nem szomszédos négyzetszám különbségeként. Ha $a=x^2-y^2=(x-y)(x+y)$, ahol az x^2 és y^2 négyzetszámok nem szomszédosak, akkor egyrészt $1<x-y<x+y$, másrészt $x-y$ és $x+y$ paritása megegyezik. Az a szám tehát összetett, és vagy páratlan, vagy 4-gyel osztható. Megfordítva, ha a 4-gyel osztható, vagy páratlan összetett szám, akkor a felírható $p\cdot q$ alakban, ahol p és q azonos paritású, 1-nél nagyobb számok.

Így $\frac{p+q}{2}$ és $\frac{p-q}{2}$ nem szomszédos egészek, és

$$a=pq=\left(\frac{p+q}{2}\right)^2-\left(\frac{p-q}{2}\right)^2$$

szerint a felírható a kívánt formában.