Jelöljük a vizsgált összeg első tagját A val, a másodikat pedig B-vel. Nyilván

$$\sqrt{6} < A, \quad \sqrt[3]{6} < B.$$

Legyen másrészt

$$A_{100} = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}} \text{ és}$$

$$B_{100} = \sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{6 + \ldots + \sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{8}}}}$$

(az indexek a kifejezésekben szereplő gyökjelek számára utalnak). Mivel a legutolsó gyökjel alatti számot növeltük, ezért

$$A < A_{100}, \quad B < B_{100}.$$

A_{100}-hoz hasonlóan értelmezhetjük az

$$A_1 = \sqrt{9},\ A_2 = \sqrt{6 + \sqrt{9}},\ A_3 = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}, \ldots$$

számokat. Megmutatjuk, hogy mindegyik A_i egyenlő 3-mal. A_n-ben ugyanis az utolsó gyökvonást elvégezve:

$$A_n = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}} = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots + \sqrt{6 + 3}}} = A_{n-1}.$$

Így $A_{100} = A_{99} = \ldots = A_2 = A_1 = 3$.

Hasonlóan látható be az is, hogy $B_{100} = 2$, így

$$\sqrt{6} + \sqrt[3]{6} < A + B < 3 + 2.$$

Mivel $\sqrt{6} + \sqrt[3]{6} > 4$, ezért $A + B$ egész részre 4.

Megjegyzések. 1. A bizonyításból látható, hogy az eredmény szempontjából közömbös az A-ban és B-ben előforduló gyökjeleknek a száma.

2. A $\sqrt{6} + \sqrt[3]{6} > 4$ egyenlőtlenséget például úgy igazolhatjuk, hogy az átrendezéssel kapott $\sqrt[3]{6} > 4 - \sqrt{6}$ alak mindkét oldalát megszorozzuk $4 + \sqrt{6}$-tal:

$$\sqrt[3]{6}(4 + \sqrt{6}) > 4^2 - 6 = 10;$$

ez az egyenlőtlenség pedig azért igaz, mert a bal oldalon álló első tényező $\frac{10}{6}$-nál, a második pedig 6-nál nagyobb.