Ismeretes, hogy egy tízes számrendszerben felírt szám ugyanazt a maradékot adja 9-cel osztva, mint a számjegyeinek az összege. A leírt eljárás során kapott egy jegyű szám tehát 9, ha a kiindulásul vett szám osztható 9-cel (0-t nem kaphatunk), egyébként pedig a kiindulásul vett szám maradéka 9-cel osztva.

A 2 hatványai nem oszthatók 9-cel, így azt kell megmutatnunk, hogy a 2-hatványok 9-es maradékainak sorozata periodikus.

Mivel $2^6=64=9\cdot 7+1$, ezért $(2^6)^k$ is 1 maradékot ad 9-cel osztva. Így

$$2^r \text{ és } \ 2^{6k+r}=(2^6)^k\cdot 2^r$$

ugyanazt a maradékot adják 9-cel osztva.

Ez azt jelenti, hogy a 2-hatványok 9-cel való osztásakor fellépő maradékok hatosával ismétlődnek, a szóban forgó sorozat valóban periodikus, a periódus hossza 6.

Bella Gábor (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A megoldás elején kimondott állítás következik abból, hogy a 10 hatványai 1 maradékot adnak 9-cel osztva. Ekkor ugyanis helyi értékenként annyiszor 1 maradékot kapunk, amennyi az ott álló számjegy, és így a szám jegyeit összegezve a helyi értékenként adódó maradékok összegét számoljuk ki.

Az állítás igaz tetszőleges g alapú számrendszerben (és ugyanígy bizonyítható): egy g alapú számrendszerben felírt szám ugyanazt a maradékot adja $(g-1)$-gyel osztva, mint a számjegyeinek az összege.