I. megoldás. Megmutatjuk, hogy legalább 6 vágásra van szükség. Hogy ennyi vágás elegendő, az könnyen látható: Egészítsük ki négyzetünket 8×8-asra, ezt 3 „függőleges” vágással – minden lépésben pontosan felezve az addig kapott valamennyi részt – 8 darab 8×1-es csíkra vághatjuk, majd ezeket egymásra helyezve „ vízszintesen” megismételjük az előbbi eljárást.

Be kell még látnunk, hogy 5 vágással nem érhetünk célt (annak ellenére sem, hogy így még $2^5=32$ részre is feldarabolható a négyzet – persze, nem a kívánt módon). Vegyük szemügyre a helyzetet két, tetszés szerint végrehajtott vágást követően. Ekkor összesen 3 vagy 4 rész keletkezik. Az előbbi esetben a kapott részek egyike 8-nál nagyobb területű (hiszen $3\cdot 8=24<25$), és ezt a részt három további vágással legfeljebb $2^3=8$ részre bonthatjuk; azok között tehát biztosan marad egy olyan, amelynek a területe nagyobb, mint 1.

Ha az első két vágás nyomán 4 részt kaptunk, akkor ezek között ismét lesz olyan, amelyiknek a területe legalább 9. Az első vágás után ugyanis a négyzet egyik oldala épen marad, a másik oldal pedig két részre esik szét, melyek közül a nagyobbiknak a hossza legalább 3. Egy 3×5-ös téglalapot pedig bármelyik oldalával párhuzamosan osztunk is fel két egész oldalú részre, e részek közül legalább az egyiknek legalább 9 egységnyi a területe. Ezzel igazoltuk, hogy 5 vágás valóban nem elegendő a négyzet kívánt tulajdonságú feldarabolásához.

II. megoldás. Tetszőleges pozitív egész m számra jelölje $f(m)$ az m-nél nem kisebb 2-hatványok legkisebbikének a kitevőjét (így pl. $f(5)=3$). Könnyen látható, hogy ekkor

$$f(a_1+a_2)\leqq 1+\max\big(f(a_1),f(a_2)\big), \tag{1}$$

bármely a_1, a_2 egészekre. A bizonyítandó állításnál némileg általánosabban megmutatjuk, hogy ha egy T téglalap élei a és b egész számok, akkor a téglalap egységnégyzetekre történő felosztásához szükséges vágásoknak a minimális száma

$$V(T)=f(a)+f(b).$$

Az I. megoldás első felében alkalmazott gondolatmenettel most is egyszerűen láthatjuk, hogy $V(T)$ vágás elegendő (egészítsük ki ugyanis a téglalapot úgy, hogy az élek hosszúsága $2^{f(a)}$ és $2^{f(b)}$ legyen).

A $V(T)$ értékre vonatkozó indukcióval igazoljuk, hogy $V(T)$-nél kevesebb vágással a feladat nem oldható meg. Ha $V(T)=1$, akkor téglalapunk 1×2-es, és 1 vágásra szükség is van. Legyen ezután $n>1$, és tegyük fel, hogy az állítás igaz minden olyan T' téglalapra, melyre $V(T')<n$; legyen a T téglalapra $V(T)=n$. Vágjuk szét ezt a téglalapot két részre, legyenek ezek T_1 és T_2. T éleit jelöljük a-val és b-vel, T_1, ill. T_2 élei legyenek a és b_1, ill. a és b_2. Indukciós feltevésünk alapján

$$V(T_1)=f(a)+f(b_1),\quad V(T_2)=f(a)+f(b_2),$$

így (1) szerint

$$\begin{aligned}\max\,\{V(T_1),V(T_2)\}&=\max\{f(a)+f(b_1),\quad f(a)+f(b_2)\}=\\&=f(a)+\max\,\{f(b_1),f(b_2)\}\geqq\\&\geqq f(a)+f(b_1+b_2)-1=\\&=f(a)+f(b)-1=V(T)-1.\end{aligned}$$

Feltehető tehát, hogy (például) $V(T_1)\leqq V(T)-1$, ezért az indukciós feltevés miatt T_1 feldarabolásához legalább $V(T)-1$ vágás szükséges, T felosztásához tehát 1-gyel több, azaz legalább $V(T)$.