

A feltételből  $xyz \neq 0$ . A bal oldalon az első két törtből vonjunk le, a harmadikhoz pedig adjunk hozzá egyet-egyet. Ekkor az alábbi egyenlőséget kapjuk:

$$\frac{(y-z)^2 - x^2}{2yz} + \frac{(x-z)^2 - y^2}{2zx} + \frac{(x+y)^2 - z^2}{2xy} = 0.$$

A törtek számlálóját két négyzet különbségként alakítsuk szorzattá és szorozzunk  $2xyz$ -vel. Így kapjuk, hogy

$$x(y-z-x)(y-z+x) + y(x-z-y)(x-z+y) + z(x+y+z)(x+y-z) = 0.$$

A bal oldalon az  $(x+y-z)$  tényező kiemelése után végezzük el a beszorzást:

$$(x+y-z)(xy - xz - x^2 + xy - yz - y^2 + zx + zy + z^2) = 0.$$

A második tényező az összevonás után két négyzet különbsége,

$$z^2 - (x-y)^2$$

és így ugyancsak szorzattá alakítható. Így a feltétel végül az

$$(x+y-z)(x-y+z)(-x+y+z) = 0$$

alakban írható.

Azt kaptuk, hogy ha (1) fennáll, akkor  $x$ ,  $y$  és  $z$  közül valamelyik kettő összege a harmadikkal egyenlő. Mivel (1) nem változik, ha benne két változót fölcserélünk, ezért föltehető, hogy  $x+y=z$ . Látható, hogy ekkor

$$y^2 + z^2 - x^2 = z^2 + (y+x)(y-x) = z(z+y-x) = z(x+y+y-x) = 2zy$$

és hasonlóan

$$z^2 + x^2 - y^2 = 2zx,$$

tehát (1)-ben az első két tört értéke valóban 1, a harmadiké pedig  $-1$ .