I. megoldás. $2^{62}+1=(2^{31}+1)^2-2\cdot 2^{31}=(2^{31}+1)^2-2^{32}$.

A jobb oldal két négyzet különbségeként szorzattá alakítható és így

$$(2^{31}+1)^2-(2^{16})^2=(2^{31}+2^{16}+1)(2^{31}-2^{16}+1)$$

adódik. A feladat kérdésére tehát igenlő a válasz, $2^{62}+1$ osztható $(2^{31}+2^{16}+1)$-gyel, a hányados $2^{31}-2^{16}+1$.

II. megoldás. Jelöljük 2^{15} értékét a-val. Ekkor $2^{62}=4a^4$, $2^{31}=2a^2$, végül $2^{16}=2a$. Így azt kell eldöntenünk, hogy $4a^4+1$ osztható-e $(2a^2+2a+1)$-gyel. Végezzük el az osztást a két polinom között:

$$\begin{array}{l}
(4a^4+1):(2a^2+2a+1)=2a^2-2a+1\\
\underline{4a^4+4a^3+2a^2}\\
\quad -4a^3-2a^2+1\\
\quad \underline{-4a^3-4a^2-2a}\\
\qquad\qquad 2a^2+2a+1\\
\qquad\qquad \underline{2a^2+2a+1}\\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Eredményünk a $4a^4+1=(2a^2+2a+1)(2a^2-2a+1)$ szorzatalak. Innen látható, hogy ha a egész szám – 2^{15} –, akkor $2a^2-2a+1$ is az, és így $4a^4+1$ minden a egészre osztható $(2a^2+2a+1)$-gyel.

Megjegyzés. A második megoldásban megadtunk egy $p(x)$ és egy $q(x)$ egész együtthatós polinomot, melyekre fennállt, hogy

$$p(2^{15})=2^{62}+1 \quad \text{és} \quad q(2^{15})=2^{31}+2^{15}+1.$$

Ezután a $p(x)$ polinomot $q(x)\cdot h(x)$ alakban állítottuk elő, ahol a $h(x)$ is egész együtthatós. Ebből következik, hogy $h(2^{15})$ egész és így $p(2^{15})=q(2^{15})\cdot h(2^{15})$ miatt valóban $q(2^{15})\big|p(2^{15})$.

Ez a módszer nem feltétlenül vezet eredményre; ha $p(x)$ és $q(x)$ egész együtthatós polinomok, a adott egész szám és $p(a)$ osztható $q(a)$-val, akkor nem biztos, hogy a $p(x)$ polinom felírható $q(x)\cdot h(x)$ alakban.

Például ha $p(x)=x^4+3$, $q(x)=x+1$, akkor $p(3)=84$ osztható $q(3)=4$-gyel, de $p(x)$ nem osztható $q(x)$-szel. Annyi igaz, hogy ha a $p(x)$ és $q(x)$ egész együtthatós polinomok olyanok, hogy $p(n)$ végtelen sok n egészre osztató $q(n)$-nel, akkor $p(x)$ felírható $q(x)\cdot h(x)$ alakban, ahol $h(x)$ olyan racionális együtthatós polinom, amelyik minden egész helyen egész értéket vesz fel.