Az elsőnek befestett háromszög oldalegyenesei a síknak a háromszögön kívüli részét 6 részre osztják. Megmutatjuk, hogy a harmadik lépéstől kezdve e 6 rész mindegyikében 2-vel több háromszöget festünk be, mint a megelőző lépéskor. A harmadik lépéstől kezdve így összesen 12-vel nő a lépésenként kifestett háromszögek száma.

1988-02-074-3.eps

Ha $n\geq 2$, akkor az ábrán $A$-val, $C$-vel, illetve $E$-vel jelölt síkrészekben az $n$-edik lépés után pirossá vált háromszögek együttesen egy-egy olyan szabályos háromszöget alkotnak, melynek oldala a sík lefedéséhez használt kis háromszögek oldalának $(n-1)$-szerese, hiszen a kifestett idom lépésenként egy „réteggel" bővül. Ekkor mindhárom befestett rész $(n-1)^2$ darab kis háromszöget tartalmaz. Ezután úgy kapjuk az egyes részekben pontosan az $n$-edik lépés során kifestett háromszögek számát, ha az $n$-edik lépés után piros háromszögek számából levonjuk azoknak a háromszögeknek a számát, amelyek már az $(n-1)$-edik lépés után is pirosak voltak.

(1) $$(n-1)^2-\left[(n-1)-1\right]^2=\left[(n-1)+(n-2)\right]\left[(n-1)-(n-2)\right]=2n-3.$$

Ez a mennyiség valóban 2-vel nő, ha az $n$-et 1-gyel növeljük, így a harmadik lépéstől kezdve az $A$, $C$ és $E$ síkrészek mindegyikében valóban 2-vel nő a lépésenként kifestett háromszögek száma.

Ugyanez igaz már a második lépéstől kezdve a $B$, $D$ és $F$ síkrészekben, mert ha ezen síkrészek mindegyikéhez hozzávesszük az elsőnek kifestett háromszöget, az $A$, $C$ $E$ síkrészekkel egybevágó síkrészekhez jutunk, tehát az előzőekben elmondott bizonyítás végkövetkeztetése most is érvényes.

Ezek szerint az egyes lépésekben kifestett háromszögek száma – a második lépéstől kezdve – egy olyan számtani sorozatot alkot, amelynek mind az első tagja, mind pedig a differenciája 12. A századik lépésben kiszínezett háromszögek száma e sorozat 99. tagja, vagyis $12+98\cdot 12=1188$.