Az $ABC$ háromszög beírt körének a középpontja legyen $O$, a hozzáírt körök középpontjai közül a két adott pedig $O_A$ és $O_B$.

Az $O_A$ és $O_B$ pontok rajta vannak a háromszög $C$ csúcsán átmenő külső, $O$ pedig a $C$-n átmenő belső szögfelezőn. Ez a két egyenes merőleges egymásra, ezért a $C$ csúcs az $O$ pont merőleges vetülete az $O_AO_B$ szakaszon. Ugyanígy kapjuk az $A$ csúcsot $O_B$-nek az $OO_A$, a $B$ csúcsot pedig $O_A$-nak az $O_BO$-n lévő merőleges vetületeként. Jelölje még $O^*$ az $OO_AO_B$, háromszög magasságpontját.

A fentiek alapján szerkesztett $A,\ B,\ C$ pontok egy valódi háromszög csúcsai, amennyiben $O$, $O_A$ és $O_B$ nincsenek egy egyenesen és $O_AOO_B\sphericalangle \neq 90^\circ$. E három pont egy ortocentrikus pontnégyes, $O$, $O_A$, $O_B$ és $O^*$ három magasság-talppontja. A szerkesztés során attól függően jutunk az 1/a vagy pedig az 1/b ábrához, hogy az $O_AOO_B\sphericalangle$ nagyobb-e, vagy pedig kisebb, mint $90^\circ$.

1987-12-455-1.eps

*1.a ábra*

1987-12-455-2.eps

*1.b ábra*

Ismeretes, hogy hegyesszögű háromszög magasságai belső, oldalai pedig külső szögfelezők a talpponti háromszögben. Ennek megfelelően az $O_AOO_B\sphericalangle < 90^\circ$ esetében szerkesztett $ABC$ háromszög nem megoldása feladatunknak, ekkor $O$ a $C$ -vel szemközti oldalt kívülről érintő hozzáírt kör középpontja lesz.

A feladatnak tehát akkor és csak akkor létezik megoldása, ha $90^\circ < O_AOO_B\sphericalangle$
$< 180^\circ$, és ilyenkor pontosan egy megoldás van.