Ha $2^n + 1 = a^k$, akkor a bal oldal páratlan és így a is az. Mindkét oldalból 1-et kivonva a jobb oldal az ismert azonosság szerint szorzattá alakítható :

$$2^n = a^k - 1 = (a-1)(a^{k-1} + a^{k-2} + \cdots + a + 1).$$

A kapott összefüggés szerint egy 2-hatványt pozitív egész számok szorzataként írtunk fel. A számelmélet alaptétele szerint ez csak úgy lehetséges, ha maguk a tényezők is 2-hatványok. Mint láttuk, az a páratlan, a jobb oldal második tényezője tehát k darab páratlan szám összegeként ugyanazt a maradékot adja 2-vel osztva, mint a k. Ez a tényező a feltétel szerint nagyobb az egyetlen páratlan 2-hatványnál, az 1-nél, így ha 2-hatvány, akkor a k-nak párosnak kell lennie. Az a^k tehát négyzetszám, $a^{\frac{k}{2}} = b$ -nek a négyzete.

Egyenletünk ekkor a lényegesen egyszerűbb

$$2^n + 1 = b^2$$

alakot ölti, ahol b páratlan. Ismét szorzattá alakítva

$$2^n = (b-1)(b+1),$$

azaz korábbi meggondolásunk szerint $b-1$ és $b+1$ is a 2 hatványai. Mivel 2-hatványok különbsége osztható a kisebbikkel, a $(b-1)$ olyan páros 2-hatvány, amely a 2-nek osztója: ez csak a $b-1=2$ esetben lehetséges.

Ekkor $b=3$, $b^2=9$, ami 2^3+1 alakú, így a feladatnak – az egyetlen – megoldását kapjuk.

A 2^n+1 tehát csak az $n=3$ esetben lesz egy pozitív egész szám – a 3 – egynél nagyobb egész kitevőjű hatványa.