Megmutatjuk, hogy a feltétel éppen a derékszögű háromszögekre teljesül. Eközben felhasználjuk a következő két, nyilvánvaló állítást :

$(*)$ *A magasságszakasz felezőpontja rajta van a magasságra merőleges középvonal egyenesén.*

$(**)$ *Ha egy egyenes nem megy át egy adott háromszög egyik csúcsán sem, akkor a háromszög oldalai közül páros sokat metsz belső pontban, tehát vagy kettőt, vagy pedig egyet sem* (1. ábra).

1988-01-020-1.eps

1. ábra

A megoldásra térve legyen először az ABC háromszög A csúcsánál derékszög. Ekkor az AB és az AC befogók egyúttal magasságok is. A felezőpontjukat összekötő egyenes éppen a BC oldallal párhuzamos középvonal, ezen pedig a $(*)$ állítás miatt rajta van az A csúcsból induló magasságszakasz felezőpontja is (2. ábra). Derékszögű háromszög magasságszakaszainak felezőpontjai tehát valóban egy egyenesen vannak.

1988-01-020-2.eps

2. ábra

Most belátjuk, hogy hegyes- vagy tompaszögű háromszögre a feltétel nem teljesül.

Ha a háromszög hegyesszögű, akkor mindhárom magasságszakasz a háromszög belsejében van, így a három felezőpont a középvonalháromszög egy-egy oldalának belső pontja. Ha ezek egy egyenesen volnának, akkor ez az egyenes a középvonalháromszögnek három oldalát metszené belső pontban, ami $(**)$ miatt lehetetlen.

Ha a háromszög tompaszögű, akkor két magasságszakasz a háromszögön kívül, egy pedig azon belül halad. A három felezőpont közül ezért kettő a középvonalháromszög egy-egy oldalegyenesén, de az oldalszakaszon kívül, egy pedig a harmadik oldalszakaszon belül található. Ha tehát a három felezőpont egy egyenesen volna, akkor ez az egyenes a középvonalháromszögnek pontosan egy oldalát metszené belső pontban, ami $(**)$ miatt ismét nem lehet.

Ezzel állításunkat beláttuk.