I. megoldás. Az öt háromtagú összeg összege nyilván nem lehet nagyobb, mint $5M$. Összevonás után ez az összeg az

$$S = 3(a_1 + a_2 + \ldots + a_7) - a_1 - (a_1 + a_2) - (a_6 + a_7) - a_7$$

alakba írható. Mivel számaink nem negatívak, a kivonandó mennyiségek egyike sem nagyobb, mint M, így $S \geqq 3-4M$.

A kapott $5M \geqq S \geqq 3 - 4M$ feltételből $M \geqq \frac{1}{3}$, az egyenlőséghez pedig $a_1 = a_1 + a_2 = a_6 + a_7 = a_7 = \frac{1}{3}$, azaz $a_1 = a_7 = \frac{1}{3}$, $a_2 = a_6 = 0$ szükséges. Ha a további három szám közül a_3 és a_5 értékét 0-nak, a_4 értékét pedig ugyancsak $\frac{1}{3}$-nak választjuk, akkor e hét szám összege 1, és mind az öt háromtagú összeg, tehát M értéke is $\frac{1}{3}$.

Az M legkisebb értéke tehát $\frac{1}{3}$.

II. megoldás. Az öt háromtagú összeg egyike sem nagyobb M-nél, ezért közülük az elsőt, negyediket és ötödiket összeadva nem kaphatunk $3M$-nél nagyobb értéket. Összevonás után kapjuk, hogy

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_7) + (a_5 + a_6) \leqq 3M,$$

ahonnan, felhasználva, hogy a hét szám összege 1, illetve hogy $a_5 + a_6 \geqq 0$

$$1 \leqq 3M, \quad \text{azaz} \quad \frac{1}{3} \leqq M$$

adódik. Az egyenlőséghez most $a_5 = a_6 = 0$ szükséges, ahonnan tovább haladva az első megoldásban kapott hét értéket kapjuk.

Csirik János (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Ugyancsak *Csirik János*tól származik a feladat alábbi általánosítása. Ha n darab nem negatív szám összege 1, az összeadandó szomszédos elemek száma k $(0 < k \leqq n)$ és az $a_1 + a_2 + \ldots + a_k$, $a_2 + \ldots + a_{k+1}$, $\ldots$, $a_{n-k+1} + \ldots + a_n$ összegek maximumának M minimumát keressük, akkor $M = \frac{1}{\lceil \frac{n}{k} \rceil}$, ahol $\lceil x \rceil$, az x „felső egész része” az x-nél nem kisebb egészek legkisebbikét jelöli. $\left(\text{A feladatban } n = 7,\ k = 3,\ \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil = 3.\right)$ Ha $m = \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$, akkor $M = \frac{1}{m}$, ha például $a_1 = a_{k+1} = \ldots = a_{(m-1)k+1} = \frac{1}{m}$, a többi a_i pedig 0.