I. megoldás. Jelölje a négy jármű sebességét rendre v_A, v_R, v_M és v_K. (Az indexek a megfelelő járművek nevének kezdőbetűi.) A feladat szövege szerint az Autó és a Robogó egy irányban haladnak, a Motor és a Kerékpár pedig velük szemben. Legyen még d_1 és d_2 a Kerékpár, illetve a Motor távolsága az Autótól 12 órakor, és jelölje $12+t$ a Kerékpár és a Robogó találkozásának keresett időpontját (1. ábra). A feladat szövege szerint $v_A > v_R$ és $d_2 > d_1$.

1988-02-067-1.eps

1. ábra

Írjuk föl az egyes járművek találkozásából kapható egyenleteket.

Autó-Kerékpár 14^h :

(1) $$d_1 = 2(v_A + v_K);$$

Autó-Motor 16^h :

(2) $$d_2 = 4(v_A + v_M);$$

Robogó-Motor 17^h :

(3) $$d_2 = 5(v_R + v_M);$$

Motor-Kerékpár 18^h :

(4) $$d_2 - d_1 = 6(v_M - v_K);$$

Robogó-Kerékpár $(12+t)^h$:

(5) $$d_1 = t(v_R + v_K).$$

(2)-ből (1) kétszeresét levonva kapjuk, hogy

$$d_2 - 2d_1 = 4(v_M - v_K),$$

ami (4) szerint éppen $\frac{2}{3}(d_2 - d_1)$ A kapott

$$d_2 - 2d_1 = \frac{2}{3}(d_2 - d_1)$$

egyenletből $d_2 = 4d_1$ adódik. Ennek alapján (3)-ból és (4)-ből most az alábbi egyenletet kapjuk:

(3') $$4d_1 = 5(v_R + v_M);$$

(4') $$(d_2 - d_1) : 3 = d_1 = 2(v_M - v_K).$$

Ha $(3')$ kétszereséből levonjuk $(4')$ ötszörösét, akkor a

$$3d_1 = 10(v_R + v_K)$$

egyenletet kapjuk, ahonnan

$$d_1 = \frac{10}{3}(v_R + v_K).$$

Ezt (5)-tel egybevetve $t = \frac{10}{3}$, tehát a Kerékpár és a Robogó $\frac{10}{3}$ órával 12 óra után után, azaz 15 óra 20 perckor találkozott.

II. megoldás. A következő grafikus megoldásban nem lesz szükségünk arra, hogy az „utolérte”, „találkozott” szavakból következtetést vonjunk le a szóban forgó két jármű mozgási irányának egyező vagy ellentétes voltáról, más szóval, hogy sebességüknek előjelet is tulajdonítsunk. Mindkét kifejezést így értelmezzük: az X és az Y jármű a T időpontban az útvonalnak ugyanazon pontján volt, a mozgásukat ábrázoló vonalak X_T, illetve Y_T pontja egybeesik.

További egyszerűsítést jelent, ha az eseményeket az egyenletes sebességgel mozgó Autóból figyelve ábrázoljuk – mintha az állna. A járművek mozgását ekkor továbbra is egyenes vonalak ábrázolják az idő – út koordinátarendszerben, melynek origója az egybeeső $A_{12} = R_{12}$ pont (2. ábra). Ekkor az idő-tengely ábrázolja az Autó „mozgását”, rajta pedig a K_{14} és az M_{16} pontok a Kerékpár és a Motor találkozását az Autóval. Így mind a három további jármű mozgási grafikonján ismerünk egy-egy pontot.

1988-02-069-1.eps

2. ábra

Válasszuk meg a távolságegységet úgy, hogy a Motor és a Kerékpár 18 órakor bekövetkezett találkozására az Autótól egységnyi távolságra kerüljön sor. Ez nyilván megtehető, hiszen ez a távolság nem lehet nulla, mert akkor a négy grafikon egybeesne, a járművek együtt haladnának. Hogy ez a távolság pozitív-e, vagy sem, az kizárólag attól függ, hogy az Autóban milyen irányba nézve figyeljük a többi jármű mozgását. Válasszuk megfigyelőnk menetirányát úgy, hogy ez a távolság pozitív legyen. Így kapjuk a $t=18$ órás egyenesen az $M_{18}\equiv K_{18}$ pontot.

Most már a három további jármű grafikonja is meghatározott. A Motorét és a Kerékpárét két-két pontja (M_{16} és M_{18}, illetve K_{14} és K_{18}) révén kapjuk. Ezután a $t=17$ órás egyenes kimetszi a Motor mozgását leíró $M_{16}M_{18}$ egyenesből az $M_{17}=R_{17}$ pontot, és így az $R_{12}(\equiv A_{12})$ és az $R_{17}(\equiv M_{17})$ pontok a Robogó grafikonját is megadják.

A $K_T\equiv R_T$ – tehát a $K_{14}K_{18}$ és az $R_{12}R_{17}$ egyenesek metszéspontja – ábrázolja a Kerékpár és a Robogó találkozásának időpontját és helyét. Az $R_{12}M_{16}K_{18}$ háromszögben $R_{12}R_{17}$ és $K_{18}K_{14}$ egyaránt súlyvonal, a K_T pont tehát ennek a háromszögnek a súlypontja, abszcisszája, a keresett T érték így a csúcsok abszcisszáinak számtani közepe, $T=(12+16+18):3=15\frac{1}{3}$.