

A három gombot  $3! = 6$  különböző sorrendben nyomhatjuk le, a zár nyitásához így gombnyomásoknak egy olyan sorozatára van szükség, amelyik mind a hat lehetséges sorrendet tartalmazza. Megmutatjuk, hogy kilenc gombnyomás elegendő, ennél kevesebb viszont nem. Ha megszámozzuk az egyes gombokat az 1, 2, 3 számokkal, akkor az alábbi sorozat nyilván megfelelő: 123121321.

Tegyük fel, hogy van olyan, az 1, 2, 3 számokból készített nyolcelemű sorozat is, amely alkalmas a zár nyitására. Egy ilyen sorozat éppen hat próbálkozást tesz lehetővé – így ennél rövidebb sorozat nyilván nem jöhet szóba – tehát különböző pozíciókban kezdődő hármasok különbözők, és mindegyikük az  $\{1, 2, 3\}$  elemek egy-egy permutációja. Ebből az is következik, hogy szomszédos, vagy másodsomszédos elemek nem lehetnek egyenlők.

Tekintsük a harmadik helyen álló  $h$  elemet. Mivel két  $h$ -val kezdődő permutáció van, a  $h$  mégegyszer előfordul a sorozatban. Ez a második előfordulás nem lehet sem az első öt, sem pedig az utolsó két pozícióban, különben volnának egymáshoz közeli egyenlő elemek, vagy pedig „nem férne el” a másik  $h$  kezdetű permutáció. Így a  $h$  másodszor a hatodik pozícióban fordul elő.

A két,  $h$ -val kezdődő permutáció ezután csak úgy lehet különböző, ha az ötödik és a hetedik helyen ugyanaz a szám áll. Ez viszont szintén nem lehetséges, hiszen így az ötödik helyen kezdődő hármasban az  $y$  elem megismétlődik. Valóban nem létezik tehát olyan nyolcelemű vagy rövidebb sorozat, amelyik biztosan nyitná a zárat.

