

I. megoldás. Mivel DP , illetve DQ szögfelező, ezért $\angle PDC = \angle CDQ = 45^\circ$. A $CPDQ$ négyszögben tehát a szemközti C és D csúcsoknál egyaránt derékszög van, vagyis a $CPDQ$ négyszög húrnégyszög (1. ábra). A kerületi szögek tételének megfordításából következik, hogy egy körben egyenlő kerületi szögekhez egyenlő húrok tartoznak, tehát a PDC és a CDQ szögek egyenlőségéből következik, hogy $CP = CQ$.

1987-10-310-1.eps

1. ábra

II. megoldás. Jelöljük a CAB szöget α -val! (2. ábra)

1987-10-310-2.eps

2. ábra

Mivel ekkor a DCB szög is α , továbbá $\angle PDA = \angle CDQ = 45^\circ$, ezért a PAD és a QCD háromszögek hasonlóak, mert szögeik megegyeznek. Ekkor a megfelelő oldalak aránya is egyenlő:

$$(1) \quad AD : CD = AP : CQ.$$

Másrészt az ADC háromszögben DP szögfelező, tehát a szögfelezőtétel szerint:

$$(2) \quad AD : CD = AP : CP.$$

(1) és (2) egybevetéséből kapjuk, hogy $CP = CQ$, amit bizonyítani kellett.