I. megoldás. A szorzatok összege *nem függ* az eljárás során végrehajtott felosztások sorozatától. Esetünkben mindig 500 500 az eredmény, általában, n kavics esetén pedig $\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$.

A sejtés megfogalmazása után kézenfekvő a teljes indukciós bizonyítás, csak arra kell ügyelnünk, hogy a szóban forgó összeget egyetlen kavicsra is értelmezzük, mégpedig $\binom{1}{2}=0$ alakban. Ez megfelel annak, hogy egy olyan kupac, amelyben csak egy kavics van, nem osztható tovább, így ilyenkor a szorzatösszeg 0.

Legyen most $n>1$ és tegyük fel, hogy az állítás igaz minden olyan m-re, amelyre $1\leqq m<n$. Bontsuk az n kavicsból álló kupacot az első lépésben egy k és egy $n-k$ elemű csoportra. ($0<k<n$, de $k=1$ lehetséges!) Az n darab kavicsra kiszámolt szorzatösszeg ekkor egyenlő az ebből az első felosztásból nyert szorzatnak, $k(n-k)$-nak és a k, illetve $n-k$ elemű csoportokhoz tartozó szorzatösszegeknek az összegével. Utóbbi kettő az indukciós feltevés szerint a további felosztásoktól függetlenül $\binom{k}{2}$, illetve $\binom{n-k}{2}$, a három mennyiség összege pedig valóban $\binom{n}{2}$ minden $0<k<n$ esetén.

Beláttuk tehát, hogy az állítás n-re is igaz, és ezzel a bizonyítást befejeztük.

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy az eljárás során éppen az n darab kavicsból készíthető párokat számoljuk össze, amelyek száma, mint ismeretes, $\binom{n}{2}$. Valóban a k-adik felosztás után kapott szorzat azoknak a pároknak a száma, amelyek elemei eddig ugyanabban a kupacban voltak és éppen most kerültek különböző kupacokba. Mivel csoportokat nem egyesítünk, ezért minden lépésnél különböző párokat számolunk meg, másfelől így minden párt megkapunk, hiszen az eljárás végén, $n-1$ lépés után a kupacok egyeleműek, ekkorra tehát minden egyes pár elemei különböző kupacokban vannak.