Legyen A és B a két ország, és tegyük fel, hogy az A-beli versenyzők együttesen kevesebb (nem több) pontot szereztek, mint a B-beliek. Jelölje az A ország n darab versenyzőjének a saját honfitársaitól és a B-beli versenyzőktől szerzett pontszámait rendre $a_1, a_2, \ldots, a_n$, illetve $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Az A kiválasztása szerint az A-beli versenyzők az összesen n^2 „nemzetközi” mérkőzésen a megszerezhető pontoknak legfeljebb a felét érték el, azaz

$$b_1 + b_2 + \ldots + b_n \leqq \frac{n^2}{2}. \tag{1}$$

Másfelől az n darab A-beli versenyző között $\binom{n}{2}$ mérkőzés zajlott le, így

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Nyilván készen vagyunk, ha valamelyik A-beli versenyzőre teljesül a feladat állítása, azaz van olyan i, amelyre $a_i \geqq b_i$. Tegyük fel, hogy ez nem igaz, vagyis minden i-re $a_i < b_i$. Ekkor $a_i + 0{,}5 \leqq b_i$ is fennáll, és ezt összegezve

$$\sum_{i=1}^{n} b_i \geqq \sum_{i=1}^{n} (a_i + 0{,}5) = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n^2}{2} \tag{2}$$

adódik.

Ezt (1)-gyel összevetve látható, hogy $\sum_{i=1}^{n} b_i = \frac{n^2}{2}$, a két ország versenyzőinek együttes pontszáma tehát egyenlő, továbbá ekkor természetesen (2)-ben is egyenlőség van, azaz $b_i = a_i + 0{,}5$ minden i-re. Az A ország versenyzői tehát rendre $a_i + b_i = 2a_i + 0{,}5$ pontot szereztek a versenyen. Ez nem egész szám, hisz maga a_i egész, vagy egész szám fele.

Azt kaptuk, hogy ha az A ország egyetlen versenyzőjére sem teljesül a feladat állítása, akkor egyetlen A-beli versenyző pontszáma sem lehet egész, másfelől ekkor a két ország sakkozói együttesen ugyanannyi pontot szereztek a tornán. Ez utóbbi azt jelenti, hogy a B-beli versenyzőkre megismételhető a fenti gondolatmenet, tehát ha köztük sincs megfelelő, akkor egyikük sem szerezhetett egész számú pontot.

Ez viszont csak úgy lehetséges, ha az összesen $2n$ darab versenyző rendre $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots, (2n-1) + \frac{1}{2}$ pontot szerzett, hiszen a feltétel szerint a verseny végén nem volt két azonos pontszámú sakkozó. Ezek összege

$$\frac{1}{2} \cdot 2n + 1 + 2 + \ldots + (2n-1) = n + \frac{(2n-1) \cdot 2n}{2} = 2n^2.$$

Másfelől a bajnokságon összesen $\frac{2n(2n-1)}{2} = 2n^2 - n$ játszmára került sor, így a megszerzett pontok összege is ennyi kell legyen.

Valamelyik feltevésünk tehát ellentmondásra vezetett, azaz nem lehetséges, hogy egyik ország versenyzői közt se legyen olyan, akire a feladat állítása nem teljesül. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Megjegyzés. Nyilván létezik olyan bajnokság, melynek kimenetele a feltétel szerint alakul, hiszen ha a $2n$ versenyzőt sorba állítva, mindenki legyőzi azokat, akik mögötte állnak a sorban, akkor semelyik két versenyző pontszáma nem egyenlő.