Megmutatjuk, hogy a kis négyszögek területei számtani sorozatot alkotnak. Ezt felhasználva a nagy négyszög területét már könnyen ki tudjuk számítani

Legyenek az eredeti négyszög felosztott szemközti oldalai AB és CD, és vágjuk a kis négyszögeket egy-egy átlójuk mentén háromszögekre az 1. ábra szerint – tehát úgy, hogy a megrajzolt átlóknak ne legyen közös pontja.

1987-05-216-1.eps

1. ábra

Állításunk következne abból, hogy az AB – és ugyanígy a CD – oldalra támaszkodó háromszögek területei számtani sorozatot alkotnak, hisz így a kis négyszögek területét egy-egy számtani sorozat megfelelő elemeinek összegeként kapjuk.

A feltétel szerint a szóban forgó háromszögek AB-re illeszkedő oldalai egyenlők, ezért elegendő megmutatni, hogy az ehhez az oldalhoz tartozó magasságok – a CD osztópontjaiból a szemközti, AB oldalra bocsátott merőlegesek – számtani sorozatot alkotnak.

1987-05-216-2.eps

2. ábra

Tekintsünk ehhez három szomszédos osztópontot a CD oldalon és a három megfelelő magasságot (2 ábra). Abban a trapézban, amelynek a két „szélső" magasság a két alapja, a „középső" magasság középvonal, hossza tehát az alapok számtani közepe. Ez pedig éppen azt jelenti, hogy a szóban forgó magasságok valóban számtani sorozatot alkotnak.

Az eredeti négyszög T területe tehát egy olyan számtani sorozat első 100 tagjának összege, amelynek első és századik elemét ismerjük. Az első 100 elem összege eszerint

$$T=\frac{a_1+a_{100}}{2}\cdot 100=150 \text{ egység.}$$

Megjegyzés: A megoldás során a számtani sorozatok két alapvető tulajdonságát használtuk fel, melyek a definíció alapján könnyen igazolhatók.

Egyrészt ha u_n és v_n két számtani sorozat, a és b tetszőleges valós számok, akkor $a\cdot u_n+b\cdot v_n$ is számtani sorozat, másrészt hogy u_n akkor és csak akkor számtani sorozat, ha bármely három szomszédos elem közül a középső a két szélsőnek a számtani közepe.