

A négyzetre emeléseket elvégezve, rendezés után az

$$x^2 + 2xy + y^2 - 18x - 81 = 0$$

egyenlethez jutunk. Ezt az  $x$  hatványai szerint rendezve

$$x^2 + 2(y - 9)x + y^2 - 81 = 0$$

adódik, ahonnan teljes négyzetté alakítás után

$$(2) \quad (x + y - 9)^2 = 9(18 - 2y).$$

Mivel a (2) bal oldalán négyzetszám áll, (2)-ben csak úgy állhat egyenlőség, ha  $18 - 2y$  egy egész szám négyzete, hiszen együtthatója, a 9 ugyancsak négyzetszám. A feladatban  $y \geq 0$ , ezért a  $18 - 2y$  lehetséges értékei a 18-nál nem nagyobb páros négyzetszámok, a 0, a 4 és a 16. A megfelelő  $y$  értékek ekkor 9, 7, illetve 1.

Az  $x$  értékét ezután a (2)-ből nyerhető másodfokú egyenletből kapjuk. Ha  $y = 9$ , akkor  $x = 0$ , ha  $y = 7$ , akkor  $x = 8$  vagy  $x = -4$ , végül ha  $y = 1$ , akkor  $x = 20$  vagy  $x = -4$ .

Figyelembe véve még, hogy  $x$  és  $y$  nemnegatív egész számok, kapjuk, hogy az (1) egyenletnek három megoldása van. Ezek

$$\begin{array}{lll} x_1 = 0, & x_2 = 8, & x_3 = 20; \\ y_1 = 9, & y_2 = 7, & y_3 = 1. \end{array}$$

Mivel átalakításaink ekvivalensek voltak, ezért a talált megoldások valóban kielégítik (1)-et.