Tekintsük a feladatot megoldottnak! Legyen az adott k_1 kör középpontja O_1, a szerkesztendő k_2 kör középpontja pedig O_2, az adott pontok A és B, ezen kívül k_1 és k_2 egyik metszéspontja C. A feltétel szerint a két kör C-beli érintői merőlegesek egymásra. A k_1 kör C-beli érintőjére viszont az O_1C egyenes is merőleges, és mivel egy adott egyenesre egy adott pontban csak egy merőleges állítható, az O_1C egyenes érinti a k_2 kört, mégpedig éppen a C pontban (1. ábra).

1987-04-162-1.eps

1. ábra

Feltehetjük, hogy az A és B pontok egyike – például A –, különbözik O_1-től. Ekkor az O_1A egyenes még egy $A^{'}$ pontban is metszi a k_2 kört. (Előfordulhat, hogy $A\equiv A^{'}$.) Ekkor az érintő és a szelődarabok közti ismert összefüggés szerint:

$$O_1C^2=O_1A\cdot O_1A^{'},\qquad \text{vagyis}\qquad \frac{O_1C}{O_1A}=\frac{O_1A^{'}}{O_1C}. \tag{1}$$

Az O_1C távolság a k_1 kör r sugaraként adott. Az (1) összefüggés alapján ezért $O_1A^{'}$ a negyedik arányos ismert szerkesztésével kapható (2. ábra). Az $O_1A^{'}$ távolság ismeretében pedig a szerkesztés már könnyen elvégezhető.

1987-04-163-1.eps

2. ábra

Az O_1A félegyenesen megszerkesztjük az $A^{'}$ pontot. Ha A és $A^{'}$ különbözőek, akkor A, $A^{'}$ és B a k_2 kör három pontja, három adott ponton átmenő kört pedig az ismert módon tudunk szerkeszteni. Ha A és $A^{'}$ egybeesik, akkor az O_1A egyenes az A pontban érinti a k_2 kört, tehát k_2 középpontja megegyezik az A-n átmenő, O_1A-ra merőleges egyenes és AB szakaszfelező merőlegesének metszéspontjával. O_2 ismeretében a k_2 kör nyilván szerkeszthető.

Mivel gondolatmenetünk megfordítható, az ilyen módon szerkesztett k_2 kör eleget tesz feltételeinknek.

Általában egy megoldás van (ha a B pontból kiindulva szerkesztjük meg az $A^{'}$-nek megfelelő $B^{'}$-t, akkor az A, B, $A^{'}$, $B^{'}$ pontok egy körön vannak), kivéve ha O, A és B egy egyenesre esnek. Ilyenkor vagy végtelen sok megoldás van (ha $A^{'}\equiv B$), vagy pedig nincs megoldás (ha $A^{'}\not\equiv B$).